

# 複数店舗で並行販売を行う割引を考慮した商品の最適発注数

今井 大地(10X4008) 指導教員 五島 洋行

## 1. はじめに

本研究では新聞売り子問題の解法として次の手法をとる. まず商品の実販売数に既知の分布関数を近似させ, 分布関数のパラメータ推定を行う. 次に得られたパラメータにより未来の需要を予測するモデルを作成することで, 最適発注数を求める. また, 一つの商品を2店舗において異なる価格で販売するケースにおける最適発注数を求めるため, 多商品系新聞売り子問題を採用する. 従来法として一般的な商品の需要予測を店舗ごとに別々に行う方法と, 提案手法である商品ごとの需要を一まとめに考え2店舗の商品の需要予測を一度で行う方法を比較し, 需要予測の精度の良し悪しを考察する.

大企業が革新的な発注システムや最新の商品管理システムを導入する一方で, 中小企業や小売店, 個人商店などではいまだに手作業で発注を行っていることが多く, 担当者はそれに大きな時間を割いている. こうした企業では, 発注は日常業務の一環として軽視されがちであるが, この業務の中には経験と勘に基づいた熟練者による意思決定が少なからず含まれており, 本研究ではその経験と勘の部分を需要予測のモデルを作成することにより数値化できるか検証を行う.

## 2. ケーススタディ

### 2.1 2店舗で並行販売を行う商品

扱う商品は生鮮品であるため安全在庫を抱えることができず, 2店舗で並行販売し片方の店舗では割引販売を行う. 扱うデータは実在する店舗の実販売数および廃棄数を用いる.

### 2.2 検討対象店舗

検討対象店舗をA店, B店とする. A店はB店のフランチャイズチェーン形態としてB店と隣接して営業しており, A店では店長などの熟練者が経験と勘で廃棄になりそうな商品を選び, 割引をしてB店で販売している. 図1は両店舗間の物, 情報の流れおよびなされる意思決定を可視化したものである. 商品の販売期限は納品日を含め2日とし, 両店舗で営業終了時刻を過ぎて売れ残ったものは廃棄する. 仕入れコストに原価を考慮し, 廃棄にはコスト

がかからないものとする. また簡略化のため, 仕入れ不足によるコストは考慮しない.

## 3. 提案手法

提案手法として, A店とB店の2店舗で並行販売する商品間の需要をセットで考える1段階新聞売り子問題(以下, 1段階法)を解く手法をとる. 1段階法で得られた最適解を, 商品の需要を別々に考える2段階新聞売り子問題(以下, 2段階法)の解と比較することで, 提案手法である1段階法の精度が高いかどうか考察する.

### 3.1 使用する記号と数式

検討対象とする商品に関連する記号を表1に示す. 需要予測の方法として, 粗利益の期待値を目的関数にとった2商品系新聞売り子問題を解くことにより最適発注数を求めるものを考案し採用する. 文献[1]で示されている単一期間における多商品系新聞売り子問題の式を, 廃棄と仕入れ不足にかかるコストを考慮しない式に書き直したものを式(1)に示す.

$$\pi(Q) \rightarrow \max, \text{ s. t. } Q_i \geq 0.$$

$$\pi(Q) = \sum_{i=1}^n p_i \int_0^{\infty} \min(Q_i, x) f_i(x) dx - \sum_{i=1}^n c_i Q_i \quad (1)$$

表1. 使用する記号

名称	記号	名称	記号
販売価格	$p_i, p_j$	仕入れ価格	$c_i, c_j$
販売個数	$x_i$	累積相対度数	$y_i$
確立密度関数	$f_i(x)$	累積分布関数	$F_i(x)$
過剰コスト	$E_i$	欠品コスト	$U_i$

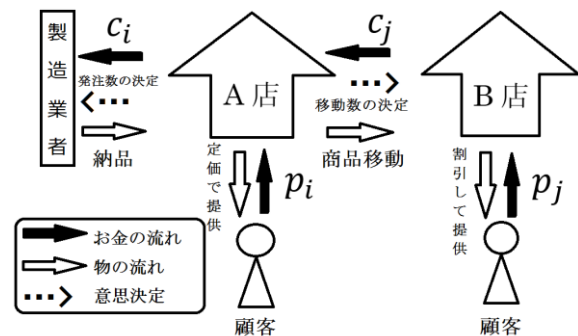


図1. お金および物の流れ, なされる意思決定

式(1)の右辺の第一項は売上高、第二項は仕入れコストを表す。式(1)の解は文献[1]で式(2)のように求まることが示されており、本研究ではそれを採用する。ここで $E_i=c_i$ ,  $U_i=p_i-c_i$ である。式(1)は期待利益 $\pi(Q)$ を最大化する最適化問題であり、式(2)を満たす最適解 $Q$ を最適発注数 $x^*$ とする。

$$Q = F_i^{-1}\left(\frac{U_i}{E_i + U_i}\right) \quad (2)$$

### 3.2 需要モデル

商品の需要はアーラン分布に従うと仮定する。アーラン分布の確率密度関数と累積分布関数をそれぞれ式(3)と式(4)に示す。

A店の商品の販売数のデータをもとに作成したヒストグラムを累積相対度数にし、棒グラフで表した $y$ に式(4)の累積分布関数 $F_i(x)$ を重ね合わせ、近似させたものを図2に示す。

$$f(x; n, \lambda) = \frac{\lambda^n x^{n-1} e^{-\lambda x}}{(n-1)!} \quad (3)$$

$$F(x; n, \lambda) = \int_0^x f(t; n, \lambda) dt = 1 - \sum_{k=0}^{n-1} \frac{(\lambda x)^k}{k!} e^{-\lambda x} \quad (4)$$

### 3.3 1段階法と2段階法

正規分布の加法性はアーラン分布においても成り立つことを用いると、二つの互いに独立な確率関数 $Erlang(n_1, \lambda)$ と $Erlang(n_2, \lambda)$ を $Erlang(n_1+n_2, \lambda)$ として扱うことができる。この加法性を用いて、 $\lambda$ が同じ値をとるとき二つの商品需要を同一に考えることができる。

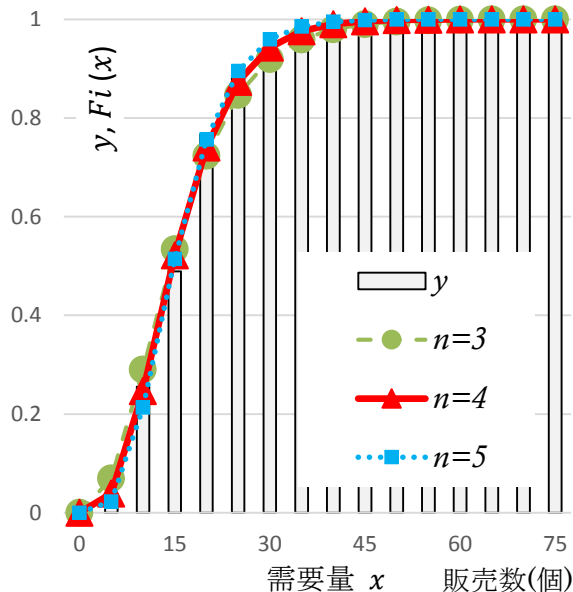


図2. A店の販売数とアーラン分布の近似

表2. A店およびB店の最適発注数 $x_i^*, x_j^*$

n	3	4	5	n	1	2	3
RSS	$8 \times 10^{-3}$	$2 \times 10^{-3}$	$3 \times 10^{-3}$	RSS	$8 \times 10^{-4}$	$4 \times 10^{-4}$	$2 \times 10^{-3}$
$\lambda$	0.18770	0.25180	0.31650	$\lambda$	0.25180	0.48390	0.71590
$x_i^*$	11.868	12.479	12.854	$x_j^*$	3.220	3.849	4.060
A店, B店の商品の実際の平均販売数の合計							20.857

## 4. 分析結果

表2にアーラン分布の分布関数を近似させ得られたA店の最適発注数 $x_i^*$ およびB店の最適発注数 $x_j^*$ を示す。 $n$ ごとの $y$ と $F_i(x)$ の残差平方和RSSを比較し、最も小さい値となるRSSをとるとき $x^*$ を最適解とするため、表2よりRSSが最小の $n=4$ のとき、 $x_i^*=12.479$ と求まる。同様にして $n=2$ のとき $x_j^*=3.849$ となる。

よって店舗ごとの需要予測で求める2段階法の最適発注数 $x_2^*$ は、 $x_i^*$ と $x_j^*$ の和から16.328と求まる。また1段階法の最適発注数 $x_1^*$ は、加法性を用いて $n=5$ ,  $\lambda=0.2518$ のアーラン分布の分布関数を両店舗の合計販売数に近似させた結果より、17.593と得られた。 $x_1^*$ と $x_2^*$ を期間中の実際の平均販売数の合計である20.857と比較すると、 $x_1^*$ の方がこれに近い値となり、1段階法が有効であることが示された。

## 5. おわりに

本研究では安全在庫を抱えることができず、かつ需要が不確実な商品を割引販売するケースについて1段階法と2段階法に分けて解き、それぞれの最適発注数を求め、需要予測の精度の比較を行った。分析結果より、1段階法を採用することでパラメータ推定の回数を減らすことができるため、需要予測にかかる時間を短縮できると考えられる。ただし本研究では品切れ率の考慮がなされておらず、扱った商品数も少ないため、この需要予測が実店舗の経営にただちに活用できるものであるとは言えない。

また $E_i$ と $U_i$ をパラメータとして最適解が得られたモデルのもとで検証したところ、 $c_j$ が妥当な価格でないことがわかった。この結果よりB店には、A店に支払う仕入れ価格の値下げを交渉すべきだという助言が与えられる。

## 参考文献

[1] H. Goto: "Multi-item Newsvendor Problem with an Equality Resource Constraint", *Asia-Pacific Journal of Operational Research*, Vol. 30, pp.1-17 (2013)

平成 25 年度 卒業論文  
2014 年 2 月 3 日

# 複数店舗で並行販売を行う 割引を考慮した商品の最適発注数

法政大学 理工学部 経営システム工学科

経営数理工学研究室

10X4008 今井 大地

指導教員 五島 洋行 教授

学科名	経営システム工	学籍番号	10X4008
申請者氏名		今井 大地	
指導教員 氏 名		五島 洋行	

## 論 文 要 旨

論文題目	複数店舗で並行販売を行う 割引を考慮した商品の最適発注数
------	---------------------------------

本研究では新聞売り子問題の解法として次の手法をとる。まず実在する店舗で取り扱っている商品の実販売数に既知の分布関数を近似させる方法を用いた、分布関数のパラメータ推定を行う。次に得られたパラメータにより未来の需要を予測するモデルを作成し、最適発注数を求める。また、一つの商品を2店舗において異なる価格で販売するケースにおける最適発注数を求めるため、多商品系新聞売り子問題を採用する。従来法として一般的な商品の需要予測を店舗ごとに別々に行う方法と、提案手法である商品ごとの需要を一まとめに考え2店舗の商品の需要予測を一度で行う方法を比較し、需要予測の精度の良し悪しを考察する。

分析の結果、1段階法を採用することで需要予測に際して行う分布関数のパラメータ推定の回数を減らせると考えられる。これにより、需要予測の回数を減らせると期待できる。また販売数のデータを曜日別に分類することで、期間中における商品の実際の平均販売数と誤差が1未満となる最適発注数の考案に成功した。これらの結果が小売業などの商品を扱う企業にとって、従業員の行う発注にかかる負荷を軽減し、最適発注数を決定する際の一助となることが期待される。

ただし本研究では品切れ率の考慮がなされておらず、扱った商品数も少ないためこの需要予測が実店舗の経営にただちに活用できるものであるとは言えない。しかし利益率をパラメータとして最適解が得られたモデルのもとで実店舗の用いている仕入価格を検証したところ、店舗で採用している仕入価格が妥当でないことが分かった。