

2022 年度修士論文

一定時間で全ての需要を被覆する設備配置問題

指導教員 五島 洋行 教授

大学院理工学研究科

システム理工学専攻修士課程

21R6205

吉村 よしむら のぞみ

目次

1	序論	1
1.1	研究の目的	1
2	関係理論	2
2.1	集合被覆問題	2
2.2	Location Set-Covering Problem	2
2.3	Maximal Covering Location Problem	3
2.4	Dynamic Maximal Covering Location Problem	5
2.5	Vehicle Routing Problem	7
3	提案手法	9
3.1	提案手法の概要	9
3.2	提案手法の定式化	10
3.3	提案手法 2	12
4	数値実験	14
4.1	数値実験を行う環境	14
4.2	予備実験	14
4.3	実データを用いた実験	19
4.4	実験結果	21
5	結論	27

1 序論

通信機器の基地局では、電波が地域全体に届くように配置する必要がある。しかし、設備を多数配置すると設備費用は大きくなる。とすると、少ない設備で地域全体を被覆することが必要となる。このような問題を Location Set-Covering Problem(以下, LSCP)という。この問題は 1971 年に Toregas らによって導入された [1][2]。LSCP は集合被覆問題に分類され、計算量理論的に NP 困難に属する。規模の大きな問題では一般的に数理計画法を用いて解くことは現実的ではなく、多くの研究において最適性では劣る近似解法、メタ解法が用いられる。LSCP の拡張として、Dynamic Location Set-Covering Problem(以下, D-LSCP)がある。D-LSCP は、与えられた時間内に移動型の設備が、少なくとも 1 度需要点を被覆する制約が与えられるため、設備数の削減をすることができる。

設備配置問題には、いくつか種類がある。与えられた設備数でカバー率の最大を求める問題を Maximal Covering Location Problem(以下, MCLP)という [3]。また、MCLP の拡張として、Dynamic Maximal Covering Location Problem(以下, D-MCLP)が、Calderin らによって導入された??。D-MCLP は、時間が与えられ、一定の時間内にカバー率の最大を求める問題である。道路上を流れる交通量を需要とし、補足できる流量を最大化するように配置する問題を交通流捕捉型施設配置問題という。

本研究では、基地局の電波を人の視野と置き換えることにより、パトカーや放置車両などの巡回になり得ることに着目する。時間ごとに移動して地域全体を被覆する T-LSCP を解くことを目的とする。T-LSCP では決められた時間内に少なくとも 1 度、移動型の設備が全需要を巡回する制約が与えられるため、設備数の削減をすることができる。

1.1 研究の目的

LSCP の定式化の式を拡張して時間軸を取り入れた T-LSCP の定式化を行う。LSCP では常に被覆するが、T-LSCP では一定時間、被覆の効果を残すことができるため、配置数の削減を行うことができる。また、設備の移動を求めるモデルの拡張を行う。

2 関係理論

2.1 集合被覆問題

集合被覆問題は、集合と部分集合が与えられ、全てを被覆しコストを最小にする問題である。スケジューリング問題や設備配置問題はこの問題に属する。計算量理論的に NP 困難である。集合被覆問題は 0-1 整数計画問題として定式化を行うことができる。

集合被覆問題は m 個の要素 $i \in M = \{1, 2, \dots, m\}$ と n 個の集合 $S_j \subseteq M, j \in N = \{1, 2, \dots, n\}$, S_j のコスト $x_j > 0$ が与えられる。 j の集合を全て被覆し、コストの総和が最小となるように求めると定義する。定式化を以下に示す。

Minimize

$$W = \sum_{j=1}^n c_j x_j, \quad (1)$$

subject to

$$\sum_{j=1}^n a_{i,j} x_j \geq 1 \quad \forall i \in M, \quad (2)$$

$$x_j \in \{0, 1\}. \quad (3)$$

ここで、評価関数 (1) は全てを被覆し、コストの最小化を示している。制約式 (2) では、 x_j は 1 ならば被覆され、それ以外なら被覆されていないことを表す。制約式 (3) では、 x_j は 0 か 1 の変数であることを表している。

2.2 Location Set-Covering Problem

LSCP は、需要から設備までの距離または時間が重要なパラメータである。時間や距離に上限がある場合、地域全体を十分に被覆する最小のコストの設備配置を決定することができる。任意の方法で決定されるコストが全ての配置可能位置について同一である場合、需要までの時間または距離基準を満たすために必要な設備の総数を最小化することである。この問題の解は設備の数と位置の両方を示すことになる。この問題は消防署のような緊急サービスの配置や、学校や図書館の配置に適用することが可能である。

消防署の配置は、火災から一定時間以内に対応しなければならない。時間 S が指定されると、各需要点に対し時間 S を満たす最小数の消防署を配置する。

設備の配置できる候補地がいくつかあるとし、候補地を j で表す。 $j = 1, 2, 3, \dots, n$ として n は候補地の個数である。また、被覆しなければならない需要が与えられる。需要は i で表す。 $i = 1, 2, 3, \dots, m$ として、 m は需要点の個数である。被覆の定義は、候補地が需要に到達するための最大距離または時間以内に存在する場合、需要は候補地に

表 1: 定式化に必要な変数と定数の定義

I	需要点の集合
i	需要点 ($i \in I$)
J	設備候補点の集合
j	設備候補点 ($j \in J$)
d_{ij}	需要点 i から設備候補点 j までの距離
S	設備候補点が被覆できることのできる最大距離
N_j	需要点を被覆することのできる設備候補点の集合 ($i d_{ij} \leq S$)

表 2: 決定変数の定義

表 3: lscp 決定変数

x_j	1	設備 j 番目が選択される
	0	選択されない

よって被覆されていると定義する。この問題は、整数計画問題として構成される。LSCP の定式化に必要な変数と定数の定義を表に示す

以下に LSCP の定式化を示す。

Mnimize

$$Z = \sum_{j \in J} x_j, \quad (4)$$

subject to

$$\sum_{j \in N_j} x_j \geq 1 \quad \forall i, \quad (5)$$

$$x_j \in \{0, 1\} \quad \forall j. \quad (6)$$

ここで、評価関数 (4) は設備数の最小化を示している。制約条件 (5) は、設備数は 1 以上である。制約条件 (6) は、 x_j が 0 か 1 であることを表している。

2.3 Maximal Covering Location Problem

LSCP は、設備から最大距離以上に離れた需要点がないことを保証する最小限の設備数と設備の位置を特定する。設備数をコスト要因として、決定変数に用いられる。多くの

定式化において有効であり、単価が立地や被覆する需要点数に依存しない場合、設備数の使用は、コストの正しい指標となる。LSCPで求められた配置と需要点の距離が、目標とする距離よりはるかに大きいことが起こりうる。設備数が不足するという現実に直面する。全ての需要を被覆するのではなく、与えられた設備数で目標の距離の外にある需要をできるだけ少なくするよう設備の配置を行う。固定数の設備を配置することによって、被覆率を最大にする問題を Maximal Covering Location Problem(以下、MCLP) と呼び、Church・ReVelleによって定義された。

さまざまな設備数において、目的の距離 S 内の最大被覆率を示すトレードオフ曲線が得られる。このような曲線は、設備数の範囲にわたって固定された S に対する最大被覆位置問題を解くことによって作成することができる。例えば、90%の人口を被覆するには5個の設備を配置すれば良いが、100%の被覆するためには10個の設備が必要である。

意思決定者は、距離 S 内でできるだけ多くの人の被覆することに集中させるかもしれないが、その距離内で被覆されていない人々に与えるサービスの質にも関心を持つ可能性もある。実際、誰も超えてはならない設備までの距離(基準距離)が存在する場合もある。意思決定者は、目的の距離の範囲内で最大限の人口を被覆したいと考える。距離 S で被覆されない人々に対して公平な解決策となる。サービス距離 S 内の人口を最大にするために、一定の設備を配置し、かつサービス距離 T 内の人口を強制的にカバーする。この問題を強制的な近接性制約を持つ MCLP という。

MCLPは、限られた数の設備がある場合に、指定されたサービス距離または時間内にサービスを提供できる最大人口を求める問題である。以下の表4、5に定式化に必要な変数の定義と決定変数を示す。

表 4: 定式化に必要な変数と定数の定義

I	需要点の集合
i	需要点 ($i \in I$)
J	設備候補点の集合
j	設備候補点 ($j \in J$)
d_{ij}	需要点 i から設備候補点 j までの距離
S	設備候補点が被覆できることのできる最大距離
N_j	需要点を被覆することのできる設備候補点の集合 ($i d_{ij} \leq S$)
P	設備数

表 5: 決定変数の定義

x_j	1	ノード j が選択される
	0	選択されない
y_i	1	ノード i が S 以内の距離に 1 つ以上の設備がある
	0	そうでない

以下に MCLP の定式化を示す.

Maximize

$$Z = \sum_{i \in I} a_i y_i, \quad (7)$$

subject to

$$y_i \leq \sum_{j \in N_i} x_j \quad \forall i \in I, \quad (8)$$

$$\sum_{j \in J} x_j = P, \quad (9)$$

$$x_j = (0, 1) \quad \forall j \in J, \quad (10)$$

$$y_i = (0, 1) \quad \forall i \in I. \quad (11)$$

需要ノードに最も近い設備が S 以下の距離にある場合、その需要ノードは被覆され、需要ノードに最も近い設備が S 以上の距離にある場合は被覆されない。ここで、評価関数 (7) は被覆率の最大化を示している。制約条件 (8) は、設備数は 1 個以上の設備が N_i に設置されている場合、 y_i は 1 となる。制約条件 (9) は、設備数は p であることを示している。制約条件 (10) は、 x_j が 0 か 1 であることを表している。制約条件 (11) は、 y_i が 0 か 1 であることを表している。

2.4 Dynamic Maximal Covering Location Problem

LSCP や MCLP は、生産とサービスの分野で多くの応用がある。例えば、警察の巡回、救急車や救急隊の再配分、大都市圏の鉄道駅の位置等である。

多期間の被覆率を最大化するモデルは、DMCLP である。 T 個のことなる期間に、 p 個の設備を配置する最適な方法を見つけることである。配置する設備数は既知であるが、各期間に配置される設備数に関する選好は利用できない。以下の表 6 に DMCLP の定式化に必要な変数の定義と表 7 に決定変数を示す。

表 6: 定式化に必要な変数と定数の定義

I	需要点の集合
i	需要点 ($i \in I$)
J	設備候補点の集合
j	設備候補点 ($j \in J$)
T	時間集合
t	時間 ($t \in T$)
a_{it}	期間 t におけるノード i の需要
d_{ij}	需要点 i から設備候補点 j までの距離
S	設備候補点が被覆できることのできる最大距離
N_j	需要点を被覆することのできる設備候補点の集合 ($i d_{ij} \leq S$)
P	設備数

表 7: 決定変数の定義

x_{jt}	1	第 t 期にノード j が選択される
	0	選択されない
y_{it}	1	第 t 期のノード i が S 以内の距離に 1 つ以上の設備がある
	0	そうでない

以下に DMCLP の定式化を示す.

Maximize

$$Z = \sum_{t \in T} \sum_{i \in I} x_{i,t} y_{i,t}, \quad (12)$$

subject to

$$y_{i,t} \leq \sum_{j \in N_i} x_{j,t} \quad \forall i \in I, t \in T, \quad (13)$$

$$\sum_{t \in T} \sum_{j \in J} x_{j,t} = P. \quad (14)$$

制約式 (13) は, ある需要ノード j_t から S 未満の距離に設備がない場合, その需要ノードを被覆することを禁止する. 制約式 (14) は全ての期間 T において配置される設備数は p に等しいことを表している.

この問題を解くために、サイズ $|T| - |J|$ の二値ベクトルで表現する方法が必要である。ここで、各値は、対応する期間における設備の状態を表す。値が1であれば、その設備が利用可能であることを意味し、そうでなければ0である。

2.5 Vehicle Routing Problem

巡回セールスマン問題は、 n 個の点から構成される無向グラフ $G = (V, E)$ 、枝 $e \in E$ 上の距離 c_e が与えられたとき、ちょうど1回ずつ経由する巡回路で、枝上の合計距離が最小になるように求める問題である。無向グラフで定義された問題を対称巡回セールスマン問題と呼ぶ。また、向きを持つグラフでできた有向グラフで定義される問題を非対称巡回セールスマン問題と呼ぶ [5]。

対称巡回セールスマン問題に対する定式化を行う。枝 $e \in E$ が巡回路に含まれるとき1、それ以外は0とする0-1変数 x_e を用いる。点の部分集合 S において、 S に両端点が含まれる枝の集合を $E(S)$ と表す。点の部分集合 S に対して、 $\sigma(S)$ を端点の1つが S に含まれるが、もう1つの端点が含まれない枝の集合とする。巡回路であるためには、各店に接続する枝の本数が2本出なければならない。また、全ての点を通る閉路以外は、禁止にしなければならないので、巡回路になるためには、点集合の数 V の位数2以上の真部分集合 $S \subset V$ 、 $|S| \geq 2$ に対して、 S に両端点が含まれる枝の本数は、点の数 $|S|$ から1減じた数である。以下に巡回セールスマン問題を定式化した式を示す。

Minimize

$$W = \sum_{e \in E} c_e x_e, \quad (15)$$

subject to

$$\sum_{e \in \delta(\{i\})} x_e = 2 \quad \forall i \in V, \quad (16)$$

$$\sum_{e \in E(S)} x_e \leq |S| - 1 \quad \forall i \in V, |S| \geq 2, \quad (17)$$

$$x_e \in \{0, 1\}. \quad (18)$$

ここで評価関数 (15) は、最小のコストで巡回路を求めることを示す。制約式 (16) は次数制約の式である。式 (17) は全ての点を通らず、部分集合を巡回する閉路を除くことを表している。この制約を部分巡回路除去制約と呼ぶ。式 (18) では x_e は0か1の変数であることを表している。

部分巡回路除去制約の両辺を2倍し、点の部分集合 S に含まれる全ての点 $i \in S$ に対する次数制約は以下に示す。

$$\sum_{e \in \delta(\{i\})} x_e = 2 \quad (19)$$

式を減じることにより以下の制約を得ることができる.

$$\sum_{e \in \delta(S)} x_e \leq 2, \quad \forall S \subset V, |S| \geq 2 \quad (20)$$

式はカットセット制約と呼ばれる. 巡回セールスマン問題においては部分巡回路除去制約と同じ強さを持つ.

Vehicle Routing Problem(以下, VRP) は, 巡回セールスマン問題の拡張である. VRP では以下の仮定を持つ.

需要の位置やコスト, 地点間の移動コストは既知とする. また, デポと呼ばれる地点に待機している運搬車の最大積載量も既知である. 需要のコストの合計が運搬車の最大積載量を超えないようにデポを出発し, 複数の需要を経由しデポへ戻る巡回路を求める. この問題は, ごみ収集や配達に用いられる.

運搬車が点 i から点 j に移動するときにかかるコストを C_{ij} とする. ここで移動コストは $C_{ij} = C_{ji}$ であり, 対称とする. VRP の目的は全ての顧客の需要を満たす m 台の運搬車の最適ルートを求めることである. 点 i, j 間を運搬車が移動する回数を変数 x_{ij} とする. x_{ij} は $i < j$ を満たす点 i, j を定義することにより, 対称な問題を仮定することができる. x_{ij} がデポに接続しない枝に対しては, 運搬車が通過するときは 1, それ以外のときは 0 とする. VRP の定式化を以下の式に示す.

Minimize

$$W = \sum_{i,j} c_{ij}x_{ij}, \quad (21)$$

subject to

$$\sum_j x_{1j} = 2m, \quad (22)$$

$$\sum_j x_{ij} = 2 \quad \forall i = 2, 3, \dots, n, \quad (23)$$

$$\sum_{i,j \in S} x_{ij} \leq |S| - N(S) \quad \forall S \subset \{2, 3, \dots, n\}, |S| \geq 3, \quad (24)$$

$$x_{ij} \in \{0, 1, 2\} \quad \forall j = 2, 3, \dots, n, \quad (25)$$

$$x_{ij} \in \{0, 1\} \quad \forall i < j, i \neq 1. \quad (26)$$

ここで制約式 (21) はデポから m 台の運搬車があることを示す. 式 (22) はデポに出入りする運搬車を表す枝の数は $2m$ 本であることを表す. 式 (23) はデポからある点 j に移動し, すぐにデポに帰還するピストン輸送の場合, x_{ij} は 2 となる. 式 (24) は各顧客に 1 台の運搬車が訪問することを示す. 式 (25) は運搬車の容量制約と部分巡回路を禁止することを同時に規定する. $N(S)$ は, 顧客の部分集合 S を与えたときに計算される関数である. S 内の顧客の需要を運ぶために必要な運搬車の数を定義する.

3 提案手法

3.1 提案手法の概要

T-LSCP は LSCP に対して, 時間経過に伴い設備が移動する. T-LSCP では,

1. 需要点集合
2. 設備候補点集合
3. 各需要点を被覆する設備候補点集合
4. 単位時間で移動できる範囲
5. 被覆の効果が持続する時間

が与えられる.

ある設備候補点に単位時間で移動できる設備候補点集合と, ある設備候補点から単位時間で移動できる設備候補点集合が必要である. 以下の図 1 では, ノード A に単位時間で移動できる範囲を示している.

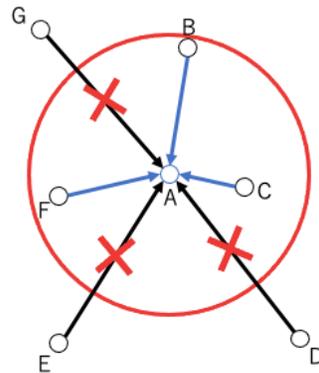


図 1: ノード A に移動できる範囲

赤円はノード A に単位時間で移動ができる範囲である. 図 1 では円の内部にあるノード A, B, C, F が, ノード A に移動できる範囲である.

以下の図 2 にノード A から単位時間で移動できる範囲を示す.

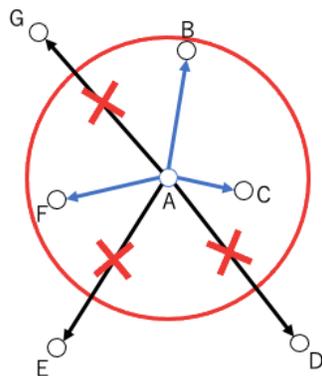


図 2: ノード A から移動できる範囲

赤円はノード A から単位時間で移動ができる範囲である。図 2 では円の内部にあるノード A, B, C, F が、ノード A に移動できる範囲である。

T-LSCP では、設備が通過した後、一定時間被覆の効果を残すことができる。以下の図 3 は被覆の効果について示している。

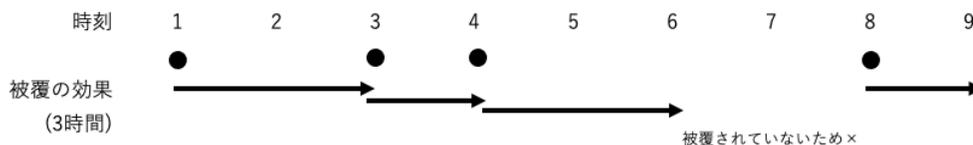


図 3: 被覆の効果

図 3 では 3 時間の被覆の効果が残すことができる。時刻 1 で被覆する。時刻 2 では被覆されている状態である。時刻 3 と時刻 4 で被覆する場合、被覆の効果は時刻 4 から 3 時間となる。図 3 では時刻 7 は被覆されていない状態である。T-LSCP では、需要点は常に被覆されていることが条件であるため、時刻 6 で設備を配置することで時刻 7 が被覆される。

3.2 提案手法の定式化

T-LSCP の定式化に必要な変数と決定変数を以下の表 8, 9 に示す。

表 8: 定式化に必要な変数と定数の定義

I	需要点の集合
i	需要点 ($i \in I$)
J	設備候補点の集合
j	設備候補点 ($j \in J$)
d_{ij}	需要点 i から設備候補点 j までの距離
S	設備候補点が被覆できることのできる最大距離
N_j	需要点を被覆することのできる設備候補点の集合 ($i d_{ij} \leq S$)
D	被覆が持続する時間
T	時間集合
t	時刻
τ_{jl}	設備候補点 j から設備候補点 l の移動時間
R_{in_j}	設備候補点 j に単位時間以内に移動できる設備候補点集合
R_{out_j}	設備候補点 j から単位時間以内に移動できる設備候補点集合

表 9: 決定変数の定義

$x_{j,t}$	1	時刻 t の設備 j 番目を選択される
	0	選択されない

以下に T-LSCP の定式化を示す.

Minimize

$$Z = \sum_{j \in J} x_{j,1}, \quad (27)$$

subject to

$$\sum_{s=1}^S \sum_{j \in N_i} x_{j,(t-s)} \geq 1 \quad \forall i, t \in T | t > S, \quad (28)$$

$$\sum_{l \in R_{in_j}} x_{l,(t-1)} - x_{j,t} \geq 0 \quad \forall j, t \in T \setminus \{1\}, \quad (29)$$

$$x_{j,(t-1)} - \sum_{i \in R_{out_j}} x_{i,t} \leq 0 \quad \forall j, t \in T \setminus \{1\}, \quad (30)$$

$$\sum_{j \in J} x_{j,(t-1)} - \sum_{j \in J} x_{j,t} = 0 \quad \forall i, t \in T \setminus \{1\}. \quad (31)$$

ここで評価関数 (27) は、時刻 $t = 1$ の時の設備数の最小化を示している。制約条件 (28) は設備数が 1 以上である。制約条件 (29) と制約条件 (30) は単位時間で移動できる範囲を表している。制約条件 (31) は設備の数は一定であることを表す。

3.3 提案手法 2

T-LSCP では、設備の移動経路がわからないモデルとなっている。そこで、設備の移動経路がわかる Timed Route Location set-covering Problem(以下 TR-LSCP) を提案する。TR-LSCP では、T-LSCP に移動設備点集合を与える。TR-LSCP では、移動設備点集合について説明を行う。

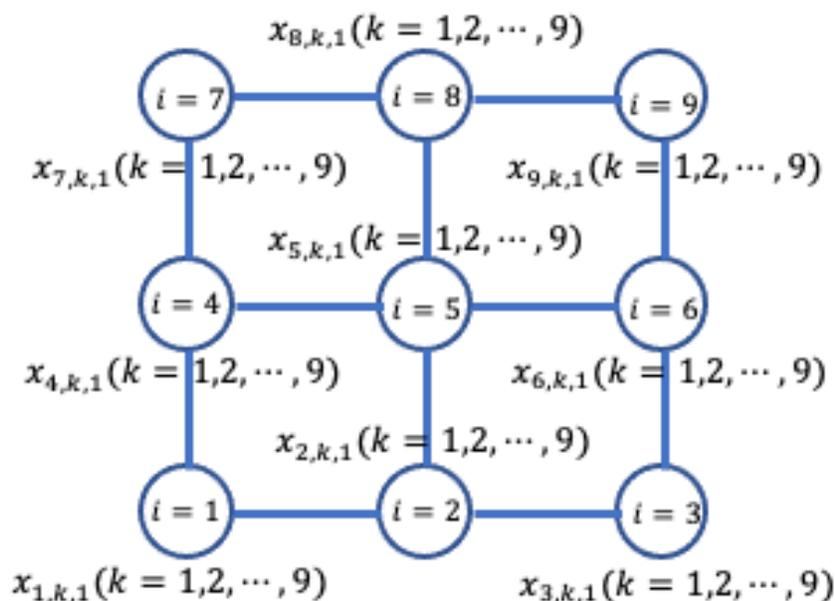


図 4: 移動設備点

図 4 ではノード数 9、リンク数 12 の格子ネットワークである。設備の配置数は未知であるため、設備候補点それぞれに移動設備点集合を与える。TR-LSCP の定式化に必要な変数と決定変数を以下の表 10, 11 に示す。

以下に TR-LSCP の定式化を示す。

表 10: 定式化に必要な変数と定数の定義

I	需要点の集合
i	需要点 ($i \in I$)
J	設備候補点の集合
j	設備候補点 ($j \in J$)
K	移動設備点の集合
k	移動設備点 ($k \in K$)
d_{ij}	需要点 i から設備候補点 j までの距離
S	設備候補点が被覆できることのできる最大距離
N_j	需要点を被覆することのできる設備候補点の集合 ($i d_{ij} \leq S$)
D	被覆が持続する時間
T	時間集合
t	時刻
τ_{jl}	設備候補点 j から設備候補点 l の移動時間
R_{in_j}	設備候補点 j に単位時間以内に移動できる設備候補点集合
R_{out_j}	設備候補点 j から単位時間以内に移動できる設備候補点集合

表 11: 決定変数の定義

$x_{j,k,t}$	1	時刻 t の移動設備 k が設備候補点 j 番目にいるとき
	0	選択されない

Minimize

$$Z = \sum_{j \in J} \sum_{k \in K} x_{j,k,1}, \quad (32)$$

subject to

$$\sum_{s=1}^S \sum_{j \in N_i} \sum_{k \in N_i} x_{j,k,(t-s)} \geq 1 \quad \forall i, t, k \in T | t > S, \quad (33)$$

$$\sum_{l \in R_{in_j}} x_{l,k,(t-1)} - x_{j,k,t} \geq 0 \quad \forall j, k, t \in T \setminus \{1\}, \quad (34)$$

$$x_{j,k,(t-1)} - \sum_{i \in R_{out_j}} x_{l,k,t} \leq 0 \quad \forall j, k, t \in T \setminus \{1\}, \quad (35)$$

$$\sum_{j \in J} \sum_{k \in K} x_{j,k,(t-1)} - \sum_{j \in J} \sum_{k \in K} x_{j,t} = 0 \quad \forall i, k, t \in T \setminus \{1\}. \quad (36)$$

ここで評価関数 (32) は、時刻 $t = 1$ の時の設備数の最小化を示している。制約条件 (33) は設備数が 1 以上である。制約条件 (34) と制約条件 (35) は単位時間で移動できる範囲を表している。制約条件 (36) は設備の数は一定であることを表す。

4 数値実験

4.1 数値実験を行う環境

本研究で使用するプログラムの概要と数値実験を表 12 に示す。T-LSCP, TL-LSCP, LSCP は Python3 で実装し、最適化ソルバー Gurobi を用いて解析を行う

表 12: 研究環境

OS	MacOS 12.6
CPU	Intel Core i5@1.8GHz
言語	Python3
Gurobi	9.0.3

4.2 予備実験

予備実験で使用するデータを以下の図 5 に示す。

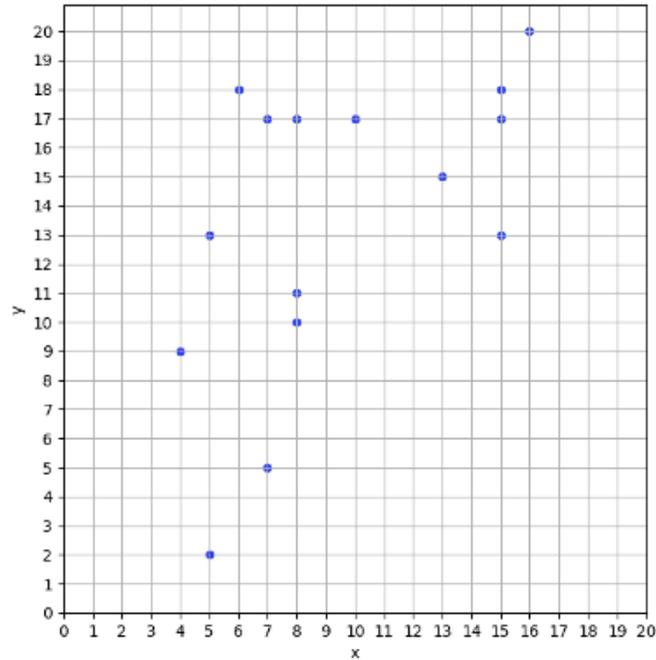


図 5: 予備実験用データ

図 5 は需要点 15, 設備候補点 441 とする. 被覆できる距離を半径 3, 移動距離を半径 3, 被覆効果時間を 3 とする.

LSCP の結果と T-LSCP の結果を以下の図 6, 7 に示す.

LSCP で解いた結果, 配置数は 8 となった. T-LSCP で解いた結果, 3 となり, 約 63% の設備を削減することができた.

T-LSCP と TR-LSCP の配置数が同じか確認するため, 以下の図 8 データを使って実験を行う.

需要点 15, 設備候補点 121, 被覆できる距離を半径 3, 移動距離を半径 3, 被覆効果時間を 3 とする. T-LSCP で解いた結果と TR-LSCP で解いた結果を以下の図 9, 16 に示す.

配置場所は異なるが, 配置数は 2 となった. T-LSCP と TR-LSCP は同じ配置数を求めることができる.

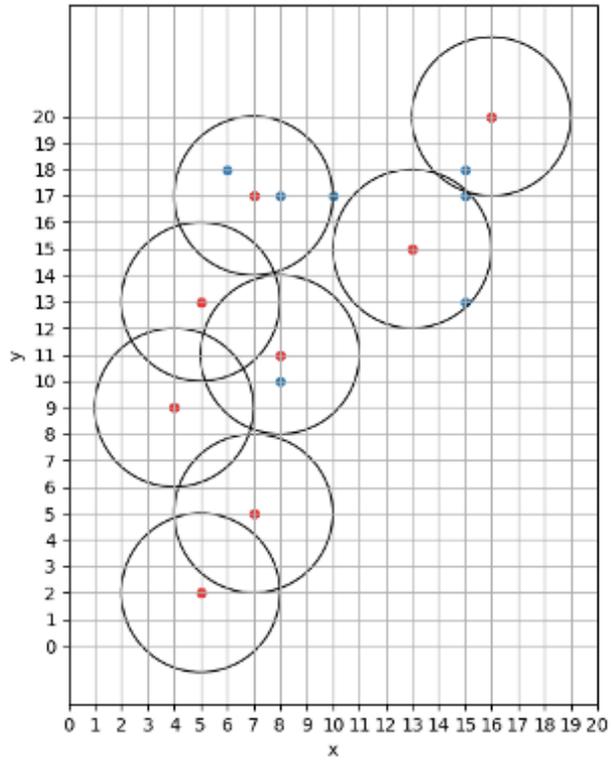


図 6: LSCP で解いた配置

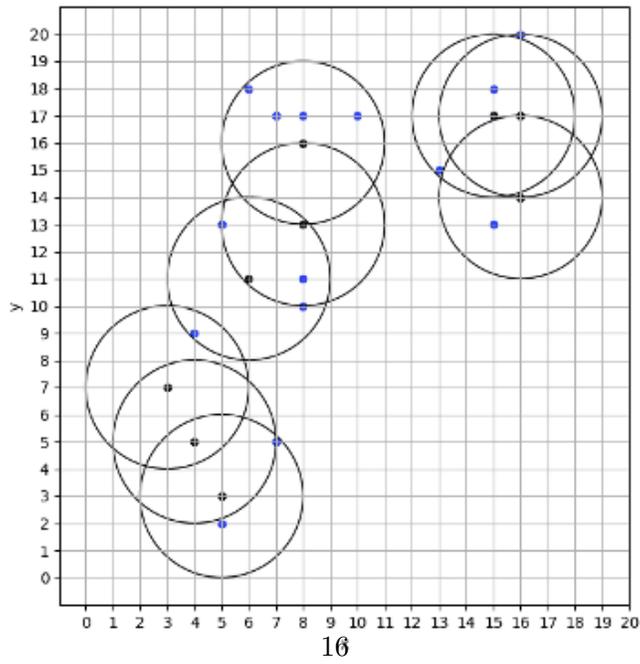


図 7: T-LSCP で解いた配置

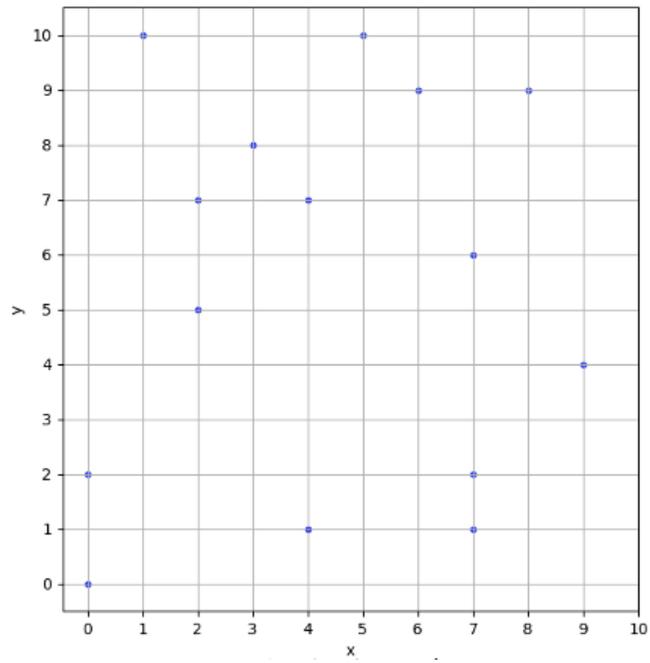


図 8: 予備実験用データ 2

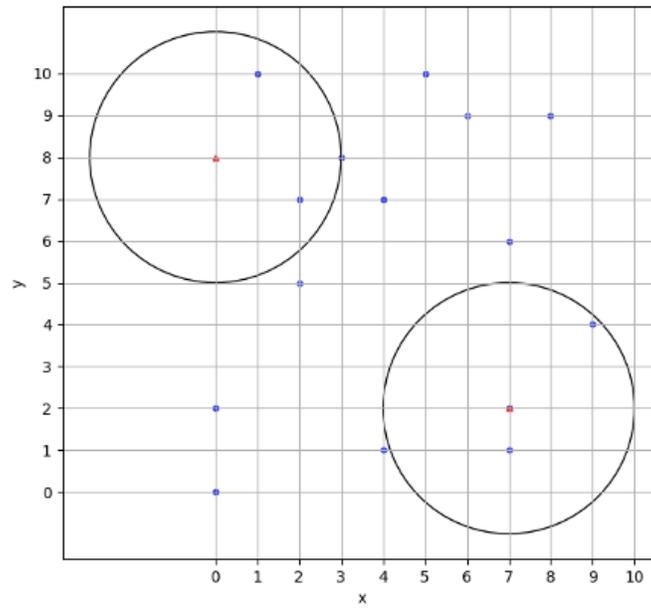


図 9: T-LSCP で解いた配置

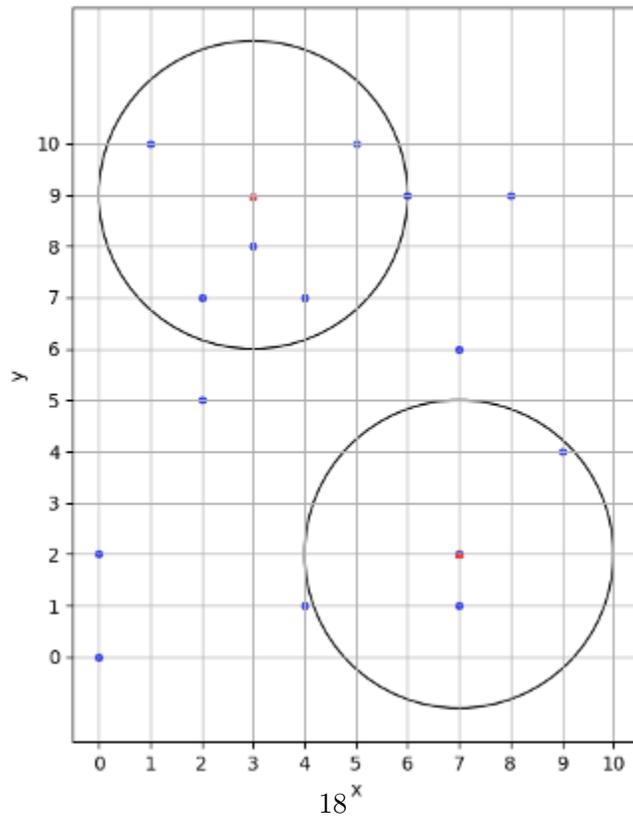


図 10: TR-LSCP で解いた配置

4.3 実データを用いた実験

本研究では東小金井駅 nonowa 口から距離 350m のデータを使用する。使用したデータを以下の図 11 に示す。

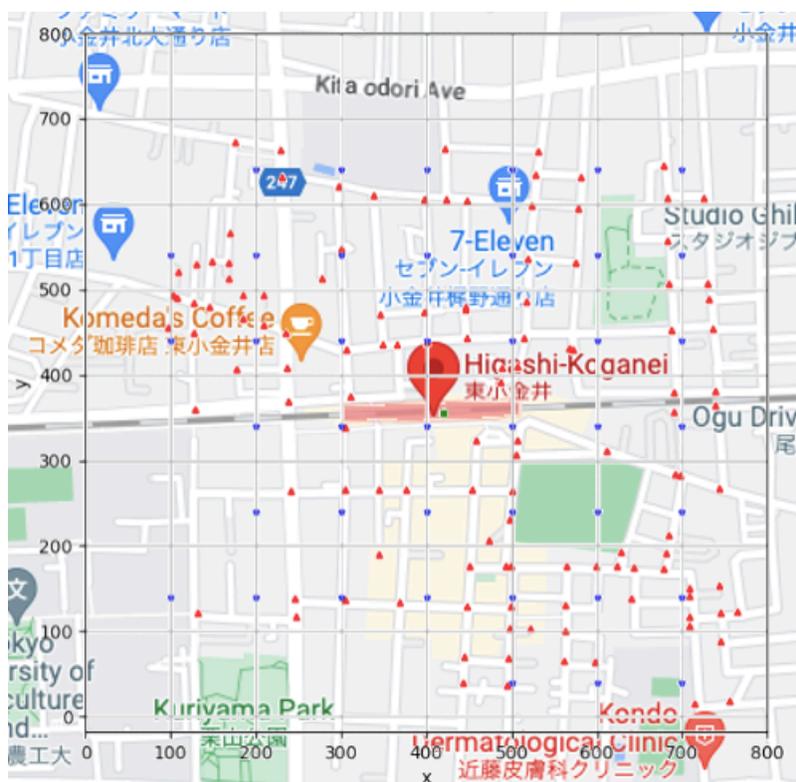


図 11: 使用したデータ

需要点 42, 設備候補点 125 とする。被覆できる距離を半径 100m, 移動距離を 150m, 被覆効果時間を 3 とする。

緯度経度から平面直角座標に変換を行う [6]。変換で使用する式を以下に示す。

$$x = \bar{A} \left(\xi' + \sum_{j=1}^5 \alpha_j \sin 2j\xi' \cos h2j\eta' \right) - \bar{S}_{\varphi 0}, \quad (37)$$

$$y = \bar{A} \left(\eta' + \sum_{j=1}^5 \alpha_j \cos 2j\xi' \sin h2j\eta' \right) \quad (38)$$

$$\gamma = \tan^{-1} \left(\frac{\tau \bar{t} \lambda_c + \sigma t \lambda_s}{\sigma \bar{t} \lambda_c - \tau t \lambda_s} \right), \quad (39)$$

$$m = \frac{\bar{A}}{a} \sqrt{\frac{\sigma^2 + \tau^2}{t^2 + \lambda_c^2} \left\{ 1 + \left(\frac{1-n}{1+n} \tan \varphi \right)^2 \right\}} \quad (40)$$

ここで、 φ , λ は緯度, 経度, φ_0 , λ_0 は平面直角座標系減点の緯度, 経度である. a , F は楕円形の長半径及び逆扁平率であり, m_0 は平面直角座標系の X 軸上における縮尺係数である.

$$n = \frac{1}{2F - 1} \quad (41)$$

$$t = \sin h \left(\tan h^{-1} \sin \varphi - \frac{2\sqrt{n}}{1+n} \tan h^{-1} \left[\frac{2\sqrt{n}}{1+n} \sin \varphi \right] \right), \quad (42)$$

$$\bar{t} = \sqrt{1 + t^2}, \quad (43)$$

$$\lambda_0 = \cos(\lambda - \lambda_0), \quad (44)$$

$$\lambda_s = \sin(\lambda - \lambda_0), \quad (45)$$

$$\xi' = \tan^{-1} \left(\frac{t}{\lambda_c} \right), \quad (46)$$

$$\eta' = \tan h^{-1} \left(\frac{\lambda_s}{\bar{t}} \right), \quad (47)$$

$$\sigma = 1 + \sum_{j=1}^5 2j \alpha_j \cos 2j \xi' \cos h 2j \eta', \quad (48)$$

$$\tau = \sum_{j=1}^5 2j \alpha_j \sin 2j \xi' \sin h 2j \eta', \quad (49)$$

$$\alpha_1 = \frac{1}{2}n - \frac{2}{3}n^2 + \frac{5}{16}n^3 + \frac{41}{180}n^4 - \frac{127}{288}n^5, \quad (50)$$

$$\alpha_2 = \frac{13}{48}n^2 - \frac{13}{48}n^3 + \frac{557}{1440}n^4 + \frac{281}{630}n^5, \quad (51)$$

$$\alpha_3 = \frac{61}{240}n^3 - \frac{103}{140}n^4 + \frac{15061}{161280}n^5, \quad (52)$$

$$\alpha_4 = \frac{49561}{161280}n^4 - \frac{179}{168}n^5, \quad (53)$$

$$\alpha_5 = \frac{34729}{80640}, \quad (54)$$

$$\bar{S}_{\varphi_0} = \frac{m_0 a}{1+n} \left(A_0 \frac{\varphi_0}{\rho''} + \sum_{j=1}^5 A_j \sin 2j\varphi_0 \right), \quad (55)$$

$$\bar{A} = \frac{m_0 a}{1+n} A_0, \quad (56)$$

$$A_0 = 1 + \frac{n^2}{4} + \frac{n^4}{64}, \quad (57)$$

$$A_1 = -\frac{3}{2} \left(n - \frac{n^3}{8} - \frac{n^5}{64} \right), \quad (58)$$

$$A_2 = \frac{15}{16} \left(n^2 - \frac{n^4}{4} \right), \quad (59)$$

$$A_3 = -\frac{35}{48} \left(n^3 - \frac{5}{16} n^5 \right), \quad (60)$$

$$A_4 = \frac{315}{512} n^4, \quad (61)$$

$$A_5 = -\frac{693}{1280} n^5. \quad (62)$$

4.4 実験結果

既存手法で解いた結果，配置数は14となった．T-LSCPで解いた結果，配置数は6となり，約57%の設備を削減することができた．配置箇所は以下の図12，13に示す．

時刻 $t=3$ のときと時刻 $t=4$ のときの被覆について以下の図14，15に示す．

時刻 t のときの配置位置を紫，時刻 $t-1$ のときの配置位置を緑，時刻 $t-2$ のときの配置位置を黒とする．図14，15より全ての需要を被覆することができている．TR-LSCPで解いた結果，配置数は6となった．配置位置を図16に示し，1つの設備の移動経路を以下の図17に示す．

また，T-LSCPで移動距離を50[m]，100[m]，150[m]として実験を行った結果を以下の表13に示す．

表 13: 移動距離による配置数の変化

半径 [m]	配置数
50	12
100	9
150	6

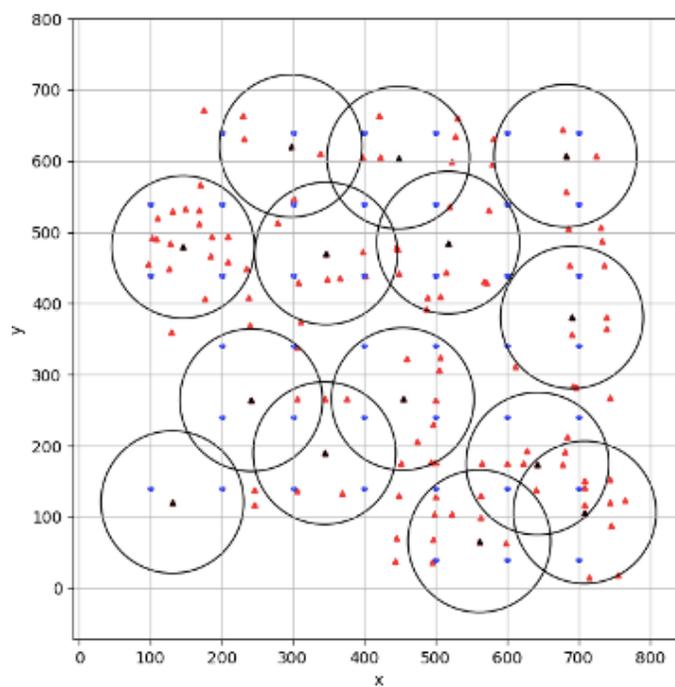


図 12: LSCP で解いた配置

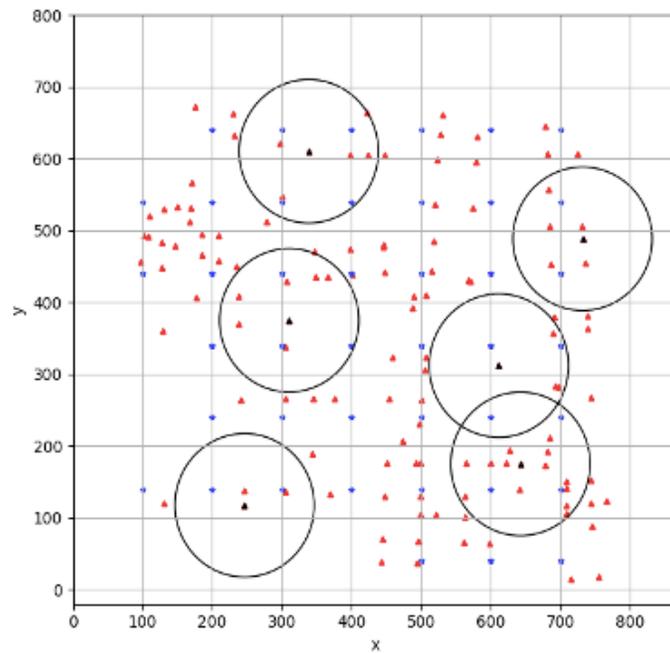


図 13: T-LSCP で解いた配置

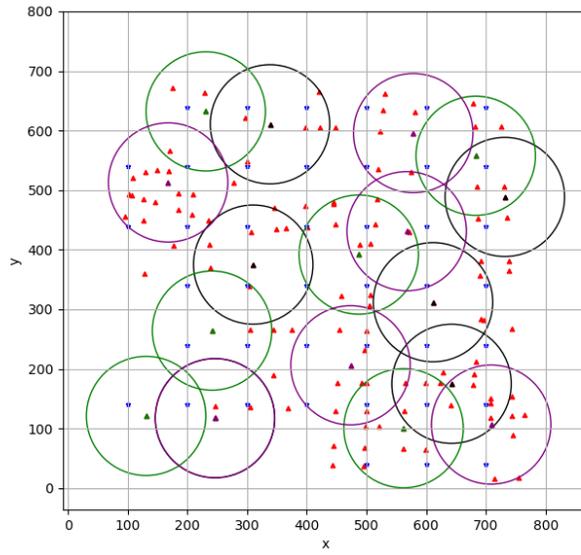


図 14: 時刻 3 での被覆

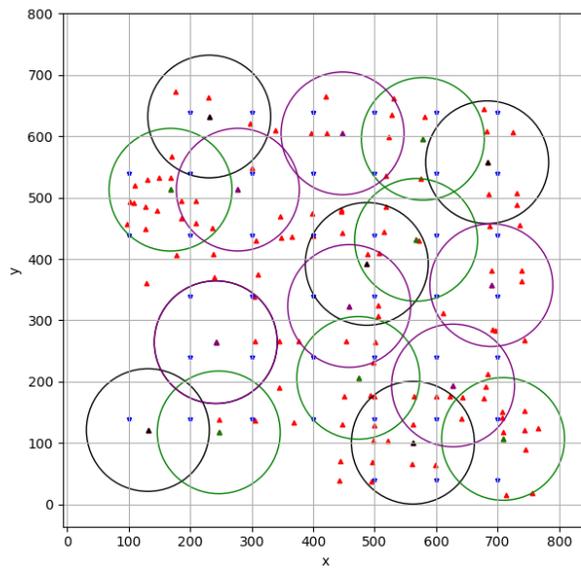


図 15: 時刻 4 での被覆

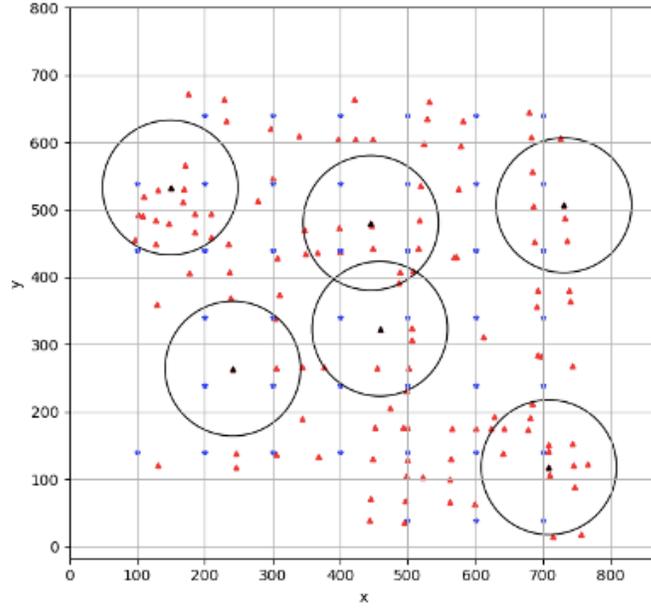


図 16: TR-LSCP で解いた配置

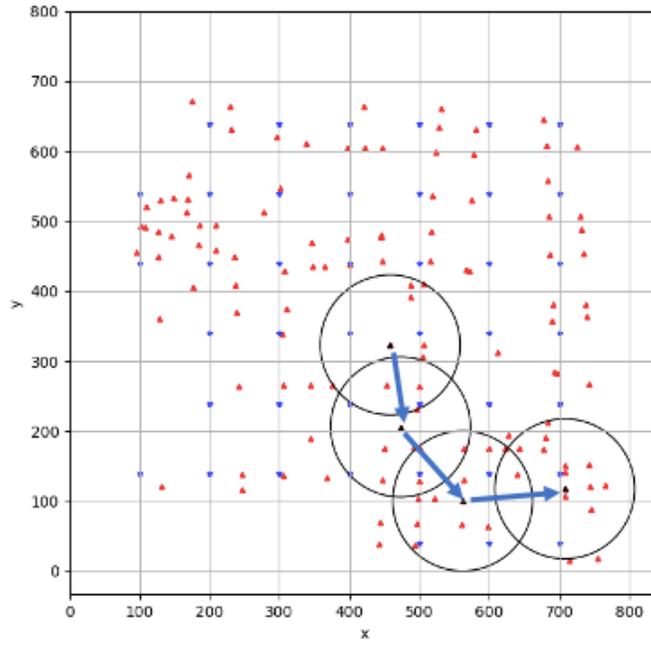


図 17: 移動経路

移動距離 50[m] のとき、配置数は 12 となり、約 14% の削減となった。移動距離が短い
ため、LSCP で解いた結果とあまり変わらない。移動距離が 100[m] のとき、配置数は 9
となり、約 36% の削減となった。移動できる候補が 50[m] のときより増えたためより多
くの設備を削減することができた。

被覆できる距離を半径 150 として、移動距離を半径 50[m], 100[m], 150[m] として実
験を行った。LSCP では配置数 8 となり、配置場所は以下の図 18 に示す。

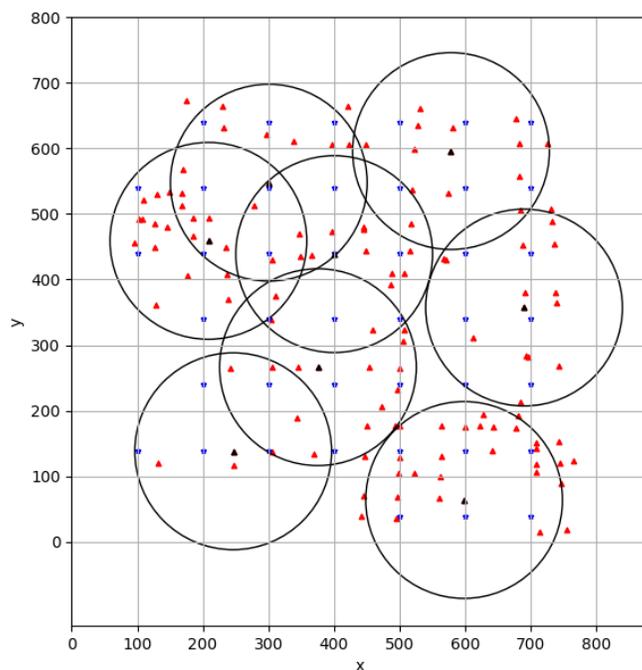


図 18: LSCP で解いた配置位置

T-LSCP の結果を以下の表 14 に示す。

表 14: 被覆できる距離 150[m] のときの結果

半径 [m]	配置数
50	7
100	5
150	4

半径 50[m] のとき、配置数は 7 となり、約 13% の設備を削減した。半径 100[m] のとき、配置数は 5 となり、約 38% の設備を削減することができた。半径 150[m] のとき配置数は 4 で約 50% の設備を削減した。被覆できる距離が 100[m] のときとあまり変わらない結果となった。

5 結論

本稿では、LSCP の拡張を行った T-LSCP の定式化を示した。T-LSCP で解くことによって、設備の削減を行うことができる。また、TR-LSCP によって設備の移動ルートを示すことができた。移動距離によって削減した配置数は変わる。距離が 50[m] の場合では、約 13% の設備を削減した。距離が 150[m] となると約 50% の設備を削減できることを示した。

本研究では移動距離が直線で求めているので、より現実に近い方法として、移動を最短経路で求める方法を提案する。TR-LSCP では、式が多いため大規模なデータの計算に時間がかかる。式の削減や緩和を行うことによって計算時間を短くするべきである。パトカーの巡回などでは、出発点や終着点があるため、あるノードを出発し、一定時間後に戻るモデルを作成することによってより現実に近い結果を求めることができる。

参考文献

- [1] C.Toregas, R.Swain:”The Location of Emergency Ser-vice Facilities” Operations Research, vol. 19, no. 6, pp.1363-1373, 1971.
- [2] A.T.Murray, R.Wei:”A computational approach for eliminating error in the solution of the location set covering problem”, European Journal of Operational Research, vol.224, no.1, pp.52-64, 2013.
- [3] R. Church, C. ReVelle, ” The maximal covering location problem ” , Papers of the Regional Science Association, vol.32, pp101-118, 1974.
- [4] J.F.Calderin, A.D.Masegosa, D.A.Pelta:” An algorithm portfolio for the dynamic maximal covering location problem”,Memetic Comp, no.9, pp.141-151, 2017.
- [5] 久保幹雄, J.P. ペドロソ, 村松正和, A. レイス:” あたらしい数理最適化 Python 言語と Gurobi で解く ”, 近代科学社, pp80-99, 2021.
- [6] 国土地理院, 経緯度を換算して平面直角座標、子午線収差角及び縮尺係数を求める計算
<https://vldb.gsi.go.jp/sokuchi/surveycalc/surveycalc/algorithm/bl2xy/bl2xy.htm>(参照 2022-12-31)