2020 年度 修士論文

時間経過に伴い施設が移動する配置集合被覆モデル

法政大学大学院理工学研究科
システム工学専攻

19R6204 佐藤　裕貴

Yuki Sato

指導教員　五島　洋行 教授

概　要

Location set-covering problem(LSCP) は，需要点全体を被覆できる施設の中で施設数が最も少ない場合を求める最適化問題である．この問題は，1970 年に Toregas によって導入された．本論文では，LSCP に対して時間経過に伴う施設の移動を考慮した拡張モデルを定式化する．現時点では，コストや資源の面から，全ての需要点を全時間で被覆することは現実的ではない．そこで，従来の LSCP に比べて，被覆制約を緩和して設置設備数を削減できる Timed Labels Location set-covering Problem(TL-LSCP) を提案する．TL-LSCP は，被覆効果時間を設定することで，複数の単位時間で需要点全体を被覆する問題である．本モデルにおける需要点は，市町村などの対象地域点である．供給設備は，車両などの移動体を，施設点は，供給設備を配置することのできる候補点を想定している．本研究では，二種類のデータを用いる．一つ目のデータは，正方格子状のネットワークにおけるノードを候補点とし，ネットワーク内にて一様乱数にて発生させた座標を需要点とする．二つ目のデータは，MAPPLE の道路ネットワークにおけるノードを候補点とし，ネットワーク内にて正方格子状に生成された座標データを需要点とする．これらのデータを用いて検証を行い，従来の LSCP と TL-LSCP における施設点の減少率を比較する．検証した結果，TL-LSCP における必要コストは従来の LSCP と比較して，14〜16% 削減すること可能であることを示した．また，ML-LSCP にて用いられている削減アプローチを用いることで，より大規模な問題を解くことができると考えられる．さらに，本研究は TL-LSCP よりも少ない情報量にて定式化を行う T-LSCP のモデルの妥当性を示す一研究となることを期待している．

Abstract

The location set-covering problem (LSCP) aims to find the minimum number of facilities to cover all demand regions. This type of optimization problem was first introduced by Toregas et al. (1971), in which all demands must be covered at all times. In practical systems, however, it is impossible to fulfill this requirement due to cost constraint or resource availability. In this study, we extend the traditional LSCP to account for mobility of facilities. A facility could be mobile and is allowed to go the rounds; coverage is instead secured within a time standard. The concept of coverage duration is key in this study. The extension is formalized in a framework called the timed-labels location set-covering problem (TL-LSCP). The constraint with respect to coverage is relaxed, for which reduction in the number of facilities is expected. An instance of a mobile facility is a security personnel, patrol car, or monitoring equipment. Using a real dataset of a road network for Koganei-city, Tokyo, numerical experiments were conducted to inspect the effectiveness of the TL-LSCP. The results demonstrate it in a resource reduction context.

目次

1 **序論** 1

1.1 LSCP に対する従来の取り組み 2

1.2 本研究の目的 3

1.3 論文構成 3

2 **関連理論・関連研究** 4

2.1 組合せ最適化問題 4

2.1.1 汎用ソルバー 5

2.1.2 整数線形計画問題 6

2.1.3 集合被覆問題 7

2.2 Location Set-Covering Problem 7

2.3 Multi-level Location Set-Covering Problem 8

2.4 Maximun Covering Location Problem 9

2.5 LSCP に対する決定変数と制約式の削減方法 11

3 **提案手法** 12

3.1 既存手法の概要 12

3.1.1 既存手法の文字・記号・決定変数の定義 13

3.1.2 既存手法の定式化 13

3.2 提案手法の概要 14

3.2.1 提案手法の文字・記号・決定変数の定義 14

3.2.2 提案手法の定式化 16

4 **実験・評価** 20

4.1 分析方法 20

4.2 格子ネットワークデータを用いた実験 23

4.3 MAPPLE データを用いた実験 27

4.4 既存手法と提案手法の比較評価 29

5 **結論** 31

参考文献 34

1　序論

本論文では，Location Set-Covering Problem（LSCP）に対して移動可能な装置を用いて一定時間内に需要全体が被覆をされるように制約を緩和するモデルの提案をする．近年における AI や自動制御関係の技術の発展は目覚ましいものがある．それに伴い，自動車などの自動運転技術も現代社会において生活の一部として着実に普及してきている現状がある．文献 [1] では，ADAS 搭載車両，自動運転車両の台数予測が示されている．図 1 のグラフをみても自動運転技術などの今後の発展が予想できる．さらに，国土交通省 HP にて日本における自動運転行動実証実験の実施時期・場所の情報が公開されている [2]．図 2 より一部の都道府県では，すでに自動運転車両の運用実験や試験的な運用がすでに実行されている．また，技術の進歩・普及に伴い，国土交通省も将来的な自動運転技術の活用に向け，有識者で構成する検討会を設置し，定期的に自動運転社会における望ましい都市交通・都市交通施設のあり方について議論が重ねられてきた．

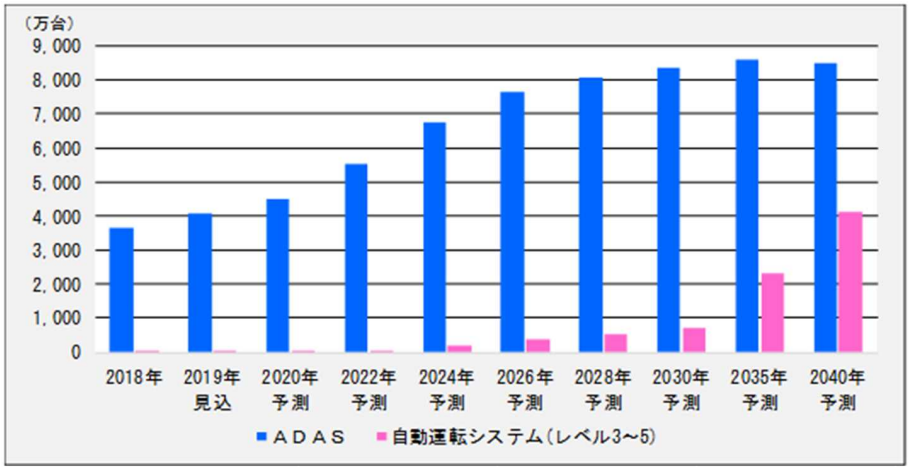

図 1: ADAS 搭載車両，自動運転車両の台数予測 [1]

こうした社会情勢の中において，いかにして最小台数にて需要領域をすべてカバーするかという問題は，各企業におけるコスト管理の面からみても重要な問題であるといえる．そこで本論文では，需要の全被覆を行う施設配置問題である，伝統的な LSCP に関して，現在までに取り組まれてきた手法について明らかにする．その上で，需要を被覆する施設に関して移動可能な装置を用いることで一定時間内に需要全体が被覆をされるような制約緩和するモデルを提案する．伝統的な LSCP，ML-LSCP に対して各需要があらかじめ設定された時間被覆される必要がないモデルを提案することで，これまで取り組まれてこなかった手法にて警備車両やコミュニティバスなどの需要を常に被覆する必要のないモデルに対するアプローチを行う．AI などが進化している現代社会において，自動運転の普及率が向上している情勢を鑑みて，このアプローチは有用な取り組みであると考える．伝統的手法と提案手法を比較し，自動運転などが普及した社会における有用性を示すことを目的とする．

LSCP は，50 年以上前に Toregas ら (1971) [3] によって初めて定義され，Toregas&ReVelle（1973）[4] の地理分析に関する論文に掲載された．この問題は各需要が事前に指定された距離または時間以上離れておらず，各需要点を被覆することが可能な施設配置のうち，最も施設数が少ない場合を求める集合被覆問題である．集合被覆問題（SCP）は代表的な組合せ最適化問題の一つであり，NP 困難であることが知られている問題である．この問題における施設配置とは各需要点が最も近い施設から事前に設定された距離または時間以内

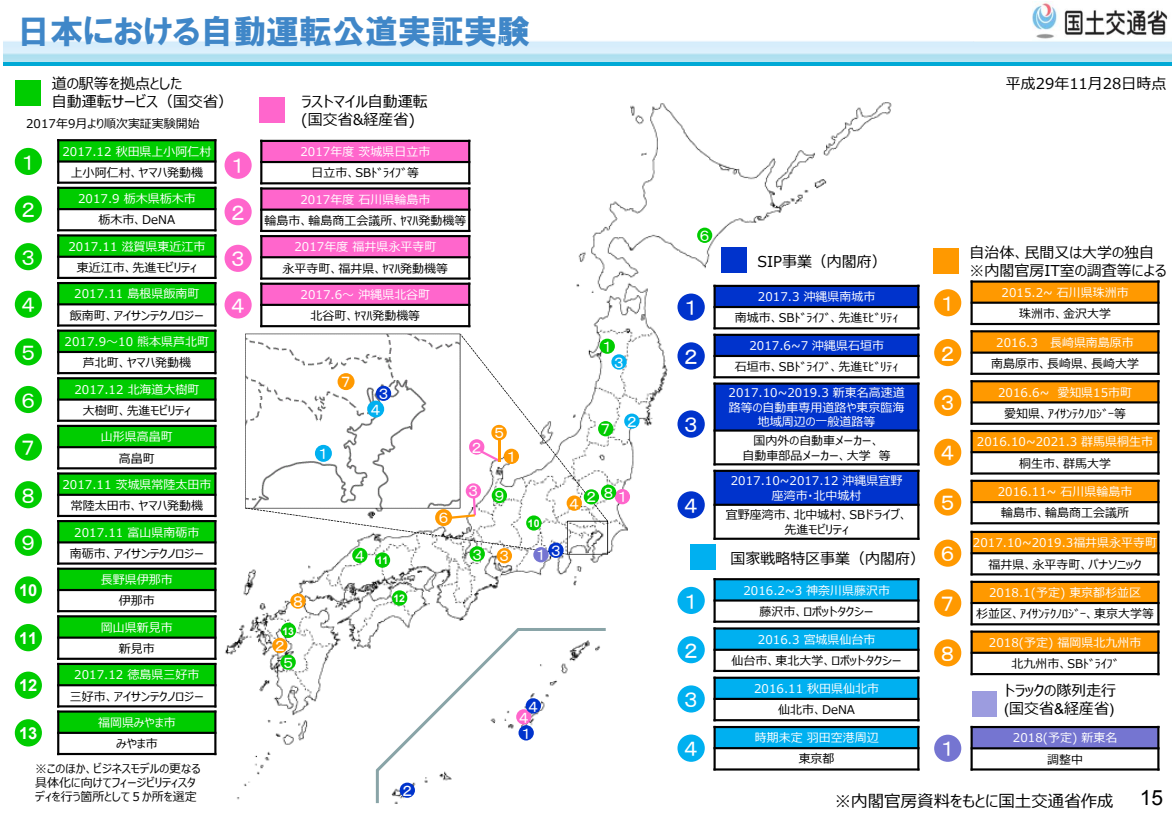

図 2: 日本における自動運転公道実証実験 [2](国土交通省 HP より)

に含まれるものとしており，各需要に対応するか，ある最大時間または距離の標準内で被覆する必要があるという点で，被覆問題と呼ばれている．古典的な LSCP は各需要に対してそれぞれ 1 つ以上の施設が被覆している場合，全需要が被覆されていると定義されている．関連する問題として， Church&ReVelle (1974) [5] によって提唱・定式化された Maximal Covering Location Problem (MCLP) と呼ばれる問題が存在する．この問題では，全需要を被覆するような施設配置における施設数を最小化する LSCP とは異なり，施設数が固定であり，施設の配置場所により被覆率を最大化するものである．先行研究として，Xin&Alan [6] による道路脇に設置された街灯による照射範囲を最大化する定式化などがある．本章では，LSCP についてこれまでの歴史や現状について述べる．そして，既存研究の限界や本研究の指針を示す．

1.1 LSCP に対する従来の取り組み

施設配置の意思決定にはさまざまな要因が働く．その要因として設置コスト，移動時間，地域被覆率などがある．そのため，この LSCP は社会工学分野への応用がさかんに行われてきた．これまで，消防署や警察署，病院などの移動しない施設における最適配置や，コンビニエンスストアなどへの配送車両決定などの社会インフラ設備に対して一般的な集合被覆問題として様々な問題が解決されてきた．また近年，Murray&Wei (2013) [7] によって，LSCP の連続モデルに対する厳密解の求解法が確立した．

また，被覆を行う場合に複数の同一需要を被覆可能な施設が必要である場合が存在する (Daskin, Hogan, and ReVelle 1988 [8])．事例として，都市部全体の需要に対応するために救急車が配車地点に配置されていると仮定する．最寄りの救急車が混雑している場合、次に最も近い利用可能な救急車は，出動要請を受けたとき

に呼び出しに応じなくてはならない．この場合，呼び出しに応じた救急車が需要に対して被覆可能な範囲内に存在しなかった場合にサービスを提供することができない．このような問題に対処するために，複数の被覆を求めるモデルが開発されてきた．多重被覆の例として，確率的/確率論的モデルと決定論的モデルの 2 つが存在する．確率的多重被覆モデルの代表例は Daskin(1983) [9] による maximal expected coverage model である．また，決定論的被覆モデルの代表例は The simple back up covering model である．このモデルは第二レベルの被覆を最大化するモデルである．Toregas は multi-level 被覆の必要性を最も早く認識し，Multi-level Location Set Covering Problem (ML-LSCP) を以下のように定義した．

Multi-level Location Set Covering Problem (ML-LSCP)：
各需要の間で被覆の必要性が変化する可能性が存在する場合に，あらかじめ設定された回数分，各需要を被覆するのに必要な施設の最小数を探索するモデル

ML-LSCP は，最小濃度である集合被覆問題の応用形式である LSCP を特殊事例として組み込んだものである．LSCP は NP 困難であるため，ML-LSCP も同様に NP 困難である．これは，与えられる問題によっては最適解を算出することができないことを示す．そのため，大規模な問題を解く場合には，ヒューリスティックを用いる必要が発生する可能性がある．

1.2 本研究の目的

その一方，これまでは時間軸を考慮した需要の全範囲被覆については考えられてこなかった．これは，常に需要点を被覆する必要のない問題に対してのアプローチが行われてこなかったことを意味する．そこで，設置可能な場所が別途与えられる場合や，ある一時点では部分的にしか被覆されないが，移動可能な装置を用いて一定時間内に全体が被覆されるように制約を緩和した場合，どのような取り扱いと定式化になるのかという疑問が生じる．平面上に穴のない n 角形 ($n \subset \mathbb{N}$) に対し，この多角形の辺上またはその内部に設置した監視装置が直視できる範囲を被覆範囲とし，多角形の内部全体を被覆する最小の装置数を求める美術館問題 [10] というものがある．しかし，実際には設置可能な場所が限られる場合や，常時監視が不可能な場合がある．

本研究では，ここに着想を得て LSCP に対して移動可能な装置を用いて一定時間内に需要全体が被覆をされるような制約を緩和するモデルを提案する．例を挙げると，警備巡回を行うパトロールカーや，地域巡回を行うコミュニティバスの車両数の最小化などがそれに当たる．警備車両数の最小化は人員数の限界や，パトカーの配備数などの観点から必要なアプローチであると言える．本論文ではまだ理論的段階の検証であるため，車両の識別，被覆の効果時間のみを考慮してこの問題へのアプローチを行う．実システムへの応用として，市区町村などの行政地域におけるサービス提供や巡回警備計画が考えられる．例えばある地区において，一定時間内にやってくるコミュニティバスの必要台数の算出やルート計画，一定時間内に全地域を被覆できる警察や消防車両の巡回などである．

1.3 論文構成

本論文は，全五章で構成される．本章では研究の概要から既存研究の限界を明確にし，本研究の指針を示した．第二章では，本研究に関連する問題を示したあと，それらの関連研究について言及する．また，先行研究を示し，本研究における提案手法の新規性を明確にする．第三章では，本研究の基礎となる既存手法を示したあと，提案手法において拡張した概念について言及する．第四章では，既存手法に対する提案手法の有用性を検討するために行った実験について述べる．第五章では，本研究のまとめを述べたあと，今後の課題について言及する．

2　関連理論・関連研究

Toregas・ReVelle によって定義された伝統的な LSCP は 0-1 整数（線形）計画問題に大別される問題である．0-1 整数（線形）計画問題は問題クラスとして NP 困難に分類される．そのため，これまで厳密解や近似解を算出するアルゴリズムについての研究がなされてきた．また，より大規模な問題に対して解算出のアプローチに際して効果的な制約式の削減などが取り組まれてきた．本章では，LSCP に関連する理論について述べた後，これまで LSCP に対して取り組まれてきた研究内容について紹介し，問題点や課題を挙げたあと，本論文の目的を提示する．

2.1　組合せ最適化問題

組合せ最適化問題とは，応用数学や情報工学での組合せ論などの組合せ的，離散的な制約条件のもとで最適化を扱った問題を意味する．代表的な問題として，巡回セールスマン問題や最小全域木問題，整数計画問題などがある．この問題は (X, P, Y, f) から構成される組として表現することができる．各要素の定義は以下に示すとおりである．

X :　解空間
P :　実現可能かどうかを判定する関数
Y :　実現可能解の集合
f :　最適化関数

組合せ最適化問題は，解空間 X に含まれる要素 x について目的関数 $f(x)$ を最小化，または最大化する問題として，次のように定義される．

$$\text{Minimize} \quad f(\boldsymbol{x}) \tag{2.1}$$
$$\text{subject to} \quad \boldsymbol{x} \in X \tag{2.2}$$

ここで，$x \in X$ となる x を実行可能解と呼ぶ．厳密解とは，式 (2.1)，式 (2.2) を満たす解 x である．また，近似解とは，最適解であることは証明されていないがある程度厳密解に近い解である．目的関数を $-f(x)$ とすることで，最小化問題は最大化問題として扱える．組合せ最適化問題の厳密解は，式 (2.1)，式 (2.2) より次の性質を満たす．

1．目的関数値が実行可能解の中で最小であること．
2．目的関数値よりも小さい目的関数値を持つ x が実行可能解でないこと．

この性質より，組合せ最適化問題の厳密解は次に示すの二つの手法で求めることができる．

1．実行可能解を全列挙し，目的関数値が最小である実行可能解を発見する．
2．ある実行可能解よりも目的関数値が小さい解 x はすべて $x \notin X$ であることを証明する．

一般的に，問題の規模が大きくなるにつれて組合せ最適化問題の厳密解を実用的な計算時間で算出することは困難になる．そのため，近似解法に比べて厳密解法では，解くことのできる問題の規模は小さくなる．多くの問題では，計算時間の短さが重視されるため，厳密解を求めるよりは近似解を求めるほうが好まれることが考えられる．しかしながら，近似解法の良さ，すなわち，近似の精度は厳密解がわからなくては詳細な評価を行うことは難しい．また，問題によっては近似解と厳密解の差が実用的な違いとなって現れる場合もありうる

ので，ある程度の計算時間をかけても厳密解が必要な場合がある．そのため，近似解法の研究は重要であるが，厳密解法の研究も重要であると考えられる．組合せ最適化問題の厳密解を求める手法は，問題依存のアルゴリズムを用いる手法とソルバーを用いる手法の二種類に大別することができる．問題依存のアルゴリズムは，問題の特徴を直接アルゴリズムに反映することができ，また，問題に特化したアルゴリズムを開発できることから，効率化を行いやすく，短い計算時間で厳密解を求められる可能性がある．これに対し，ソルバーは細かいアルゴリズム制御などは不向きであるが，その実装にはこれまでの数多の研究成果が組み込まれているため，個人で実装する問題依存のアルゴリズムに比べて，小さい労力で大きな結果を得ることができる可能性がある．

2.1.1 汎用ソルバー

ソルバーには，整数計画問題や制約充足問題などに適用する汎用ソルバーや問題特有の性質を利用した専用ソルバーが存在する．汎用ソルバーには，Gurobi Optimizer(Gurobi Optimization) や IBM ILOG CPLEX(以下，CPLEX と表記する)(IBM) などの商用ソルバーや，BCP，CBC などの非商用ソルバーがある．専用ソルバーには混合整数線形計画問題ソルバーや，充足可能性問題ソルバー，巡回セールスマン問題ソルバーなどがある．専用ソルバーの一例として，以下に混合整数線形計画問題ソルバーを示す．混合整数計画問題 (MIP: Mixed Integer Programming) は次の式によって与えられる問題である．

$$\begin{aligned} &\text{Minimize} && \mathbf{c}_{\mathbf{x}}^{\mathrm{T}}\mathbf{x} + \mathbf{c}_{\mathbf{y}}^{\mathrm{T}}\mathbf{y} \\ &\text{subject to} && A_x\mathbf{x} + A_y\mathbf{y} = B \quad (\mathbf{x} \in \mathbb{N}^n, \mathbf{y} \in \mathbb{Z}^m) \end{aligned}$$

本論文で扱う問題は整数変数しか現れないが，現状の MIP ソルバーは問題が整数変数だけであっても，一般変数が混ざっていても，区別することなく問題を解くことができる．与えられた問題を MILP によって記述することに関しては膨大な従来研究が存在する．

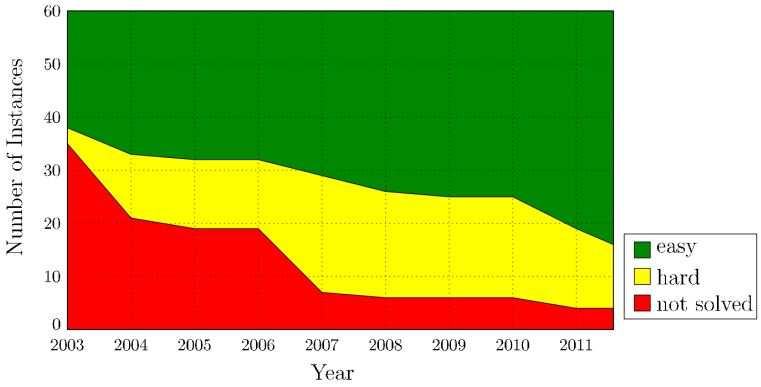

図 3: MILP ベンチマーク問題”MIPLOB2003”における解答可能数の比較 [11]

MILP ソルバーの扱う MILP は NP 困難な問題である．そのため，大規模な問題を解くことは現状の技術でも難しいが，近年の技術的進歩によりかなりの問題が解けてきた．このことはベンチマーク問題である MIPLIB [11] における既知問題の数を見るとよく分かる．既に解けた問題の数の推移を図 3 に示す．”easy”は市販の MIP ソルバーを用いて一時間以内に解けた問題，”hard”は解くことはできたが以前の条件では解けなかった問題を表す．このグラフからは，過去において計算時間がかかった問題が最近では短い時間で解けるようになったことが読み取れる．

現在，組合せ最適化問題の多くの問題が MILP ソルバーによって研究されている．この理由としては，MILP の記述性の高さが挙げられる．他のソルバーと異なり，数式により様々な問題を記述できたり，0-1 整数変数だけでなく，整数変数や一般変数を扱うこともできる．しかし，解法が基本的に問題記述に関する前処理と分枝限定法に強く依存しているため，解きにくい問題と解きやすい問題の違いが出やすいという欠点も挙げられる．そのため，MILP ソルバーには制約伝搬などの他の技術と融合したソルバーが存在する [12].

また，専用ソルバーでなくても，整数計画問題などに問題を定式化することで，解を算出することが可能である．汎用ソルバーでは解探索アルゴリズムとして，切除平面法を用いた LP(Linear Programming:線形計画法) ベース分枝限定法などが主に用いられていると考えられる．これは，妥当不等式の理論を分枝限定法に組み込むことで高速化を図れることが Balas らによって発見されている [13] ためである．切除平面法は，制約条件の不等式と整数変数の条件から導かれる妥当不等式 (=カット) であり，LP 解が整数性を満たすように制約に挿入される．CPLEX [14] においては covers，disjunctives，cliques，他 11 種類のカットが用意されており，非常に強力である．カットは分枝限定法の前処理において挿入される．分枝限定法は，分枝法と限定法からなる．分枝法とは，LP 解が整数とならなかった整数変数を二つの場合に分ける操作を再起的に行う手法である．0-1 変数の場合は変数の値を 0 に固定する場合と，1 に固定する場合で場合分けすることになる．限定法は，例えば目的関数を最小化する最小化問題の場合，分枝操作において LP 解がそれまでにわかっている実行可能解の目的関数の値よりも大きかった場合は，分枝操作をすることなくそれより先の探索を打ち切り，前の分枝操作に戻る手法である．一般に，LP 解が整数解になりやすく，最適解がすぐに求まるような問題は解きやすい問題となる傾向がある．

2.1.2 整数線形計画問題

整数計画問題とは，与えられた制約条件のもとで目的関数 $z(x)$ の値を最小にする解 x を求める最適化問題の一種であり，目的関数が線形であり，制約条件が線形等式や線形不等式で記述される最も基本的な問題である．これらのうち，すべての変数が離散的な整数値のみをとる線形計画問題のことを整数線形計画問題と呼ぶ．また，すべての変数が $0, 1$ の 2 値をとる場合は，特殊事例として 0-1 整数計画問題と呼ぶ.

組み合わせ最適化問題は，制約条件を満たす解の集合が組み合わせ的な構造を持つ最適化問題であり，解が集合，順序，割当て，グラフ，理論値，整数などで記述される場合が多い．原理的に，すべての組合せ最適化問題は整数計画問題に定式化できることが知られており，最近では，整数計画ソルバーの性能向上とも相まって，整数計画ソルバーを守りいて組合せ最適化問題を解く事例が増えている．

線型計画問題において解ベクトル $\boldsymbol{x}$ の各要素を整数に限定した問題を指し，整数線型計画法とも呼ばれる．線型計画問題には多項式時間アルゴリズムが存在するのに対し，整数計画問題には存在せず，NP 困難無問題に該当することがわかっている．解ベクトル x の各要素を 0 または 1 のみに限定したものを，特殊事例として 0-1 整数計画問題と呼ぶ．正規形式の整数計画問題は以下のように表現ができる．

$$\begin{aligned} \text{Minimize} \quad & \mathbf{c}^{\mathrm{T}}\mathbf{x} \\ \text{subject to} \quad & A\mathbf{x} \leq \mathbf{b} \\ & \mathbf{x} \geq 0 \quad (\mathbf{x} \in \mathbb{Z}^n) \end{aligned}$$

標準形式の整数線形計画問題は以下のように表現ができる．

$$\begin{aligned} \text{Minimize} \quad & \mathbf{c}^{\mathrm{T}}\mathbf{x} \\ \text{subject to} \quad & A\mathbf{x} + \mathbf{s} = \mathbf{b} \\ & \mathbf{s} \geq 0 \\ & \mathbf{x} \geq 0 \quad (\mathbf{x} \in \mathbb{Z}^n) \end{aligned}$$

$\mathbf{c}$，$\mathbf{b}$ はベクトル，A は行列であり，値は全て整数のみである．正規表現 $\min\{\mathbf{c}^{\mathrm{T}}|\mathrm{A}\mathbf{x} \leq \mathbf{b}, \mathbf{x} \geq 0\}$ を○○にて表現すると以下のようになる．

$$
\begin{aligned}
\text{Minimize} \quad & \sum_{j=1}^{n} c_j x_j \\
\text{subject to} \quad & \sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j \geq b_i \quad (i = 1, 2, \cdots, m) \\
& x_j \geq 0 \qquad\qquad (i = 1, 2, \cdots, n)
\end{aligned}
$$

a_{ij}，b_i，c_j は全て整数定数であり，$x_j \in \mathbb{Z}_+$ は変数である．

2.1.3 集合被覆問題

LSCP の関連問題として，集合被覆問題というものがある。集合被覆問題は、集合が与えられたときに、集合の全要素を被覆する費用最小の集合の部分集合の組み合わせを求める組み合わせ最適化問題である。スケジューリング問題や，配送計画問題など，様々な応用がある一方で，NP 困難な性質が知られている．したがって，集合被覆問題は，その計算の困難性と応用の広さから，近似解法やヒューリスティックアルゴリズムが盛んに研究されている．また，商用の汎用 IP ソルバーが，それらのいくつかのヒューリスティックアルゴリズムの導入により，集合被覆問題のような代表的な問題は，複雑なアルゴリズムの実装コストなしに，実用的に高速かつ高品質な解が得られるようになった．

集合被覆問題では、入力として，m 個の要素 $i \in M = \{1, 2, \cdots, m\}$ と n 個の集合 $S_j \subseteq M, j \in N = \{1, 2, \cdots, n\}$，及び，$S_j$ の費用 $c_j > 0$ が与えられる．このときに，$\cup j \in X S_j = M$ を満たす，添字 j の集合 $X \subseteq N$ について，族 $\{S_j | j \in X\}$ を，M の被覆と定義する．この被覆の内，費用の総和 $\sum_{j \in X} c_j$ が最小となるものを求める組合せ最適化問題を，集合被覆問題と定義する．

集合被覆問題は，以下のように 0-1 整数計画問題として定式化を行うことができる．

$$
\begin{aligned}
\text{Minimize} \quad & \sum_{j \in N} c_j x_j \\
\text{subject to} \quad & \sum_{i \in N} a_{ij} x_j \geq 1 \qquad \forall i \in M
\end{aligned}
$$

定数 a_{ij} について，$i \in S_j$ のとき，$a_{ij} = 1$ となり，$i \notin S_j$ のとき，$a_{ij} = 0$ となる．このとき，行列 (a_{ij}) について，行 i と列 j はそれぞれ，集合被覆問題における要素 i と集合 S_j に対応する．集合 S_j を被覆に選ぶかどうかを，決定変数 $x = (x_1, x_2, \cdots, x_n)\top$ を用いて表現でき，S_j が被覆 X に選ばれるならば，$x_j = 1$ となり，そうでないならば，$x_j = 0$ となる．したがって，集合 X が被覆であるための制約条件は，$\sum_{j \in N} a_{ij} x_j \geq 1$ で表現され，費用最小の被覆を求めるために，目的関数として，$\sum_{j \in N} c_j x_j$ を得る．

2.2 Location Set-Covering Problem

本節では，本稿における重要な理論である Location Set-Covering Problem について述べる．施設の配置に使用できる候補地がいくつかあるとする．これらの候補地は，道路ネットワークのノードや連続した地形表面上の離散点，または他の表現に対応させることが可能である．このとき，候補地番号は i で表現し，$i = 1, 2, 3, 4, \cdots, n$，$n$ は候補地の総数であるとする．また，候補地が被覆しなければならない需要がいくつかあると仮定する．需要は候補地と同様，道路ネットワークのノードや連続した地形上の離散点，またはそ

の他の表現で表すことが可能である．需要番号は j で表現し，$j = 1, 2, 3, \cdots, m$、m は離散的な需要の総数であるとする．この上で，候補地による需要を被覆する際の定義が必要となる．Toregas and ReVelle (1972) が使用した被覆の定義は，候補地 i が，事前に設定された需要 j に到達するための最大距離または時間以内に存在する場合，需要 j は候補地 i によって被覆されていると定義している．この問題の本質は，各需要を被覆するために必要な候補地の数が最小になるように配置することである．例として，消防署の配置計画を取り上げると，この問題は，各需要エリアが事前に設定された最大の緊急対応時間または距離以内で被覆されるように，必要とされる最小数の消防署とその配置を算出する問題に変換できる．彼らはこの問題を，以下の表記法を用いて整数計画モデルとして定式化した．

$$a_{ij} = \begin{cases} 1 & : \text{候補地 } i \text{ が需要 } j \text{ をカバーできるとき} \\ 0 & : \text{それ以外のとき} \end{cases}$$

$$z_i = \begin{cases} 1 & : \text{候補地 } i \text{ が施設に選択されたとき} \\ 0 & : \text{それ以外のとき} \end{cases}$$

$$\text{Minimize} \quad Z = \sum_{i=1}^{n} x_i \tag{2.3}$$

$$\text{subject to} \quad \sum_{i=1}^{n} a_{ij} x_i \geq 1 \quad \forall j (j = 1, 2, \cdots, m) \tag{2.4}$$

$$x_i = 0, 1 \qquad \forall i (i = 1, 2, \cdots, n) \tag{2.5}$$

目的関数式 (2.3) は，与えられた需要をすべて被覆するために選択された候補地の総数を最小化することを表現している．制約式 (2.4) は、各需要 j を被覆することができる候補地の数が 1 以上でなければならないことを表現している． 制約式 (2.5) は，候補地の選択を表現する決定変数の整数要件を指している．このモデルは，一般的な集合被覆モデルの特殊ケースである．集合被覆モデルとの相違点は，目的関数に決定変数毎のコスト定数が含まれている点である．

集合被覆問題のために開発された解法は，全て LSCP の解法に適用することが可能である．集合被覆問題には，数多くの解法アプローチが開発され，適用されている．貪欲法 (Chvatal 1979)，拡張貪欲方 (Vasko and Wilson 1984; 1986; Feo and Resende 1989)，部分勾配最適化を用いたラグランジュ緩和 (Christofides and Paixao 1993; Haddadi 1997)，分岐と境界を用いた LP(Current and O'Kelly 1992)，その他多くの手法がある (Beasley 1987 など).

2.3 Multi-level Location Set-Covering Problem

前節で述べた LSCP の一般的なモデルは，インデックス i が候補地，労働者，搭乗クルー，ポートフォリオなどを表現し，インデックス j が需要，シフト，フライト，リスク分布などを表現するなど様々な場合があり，多くの設定で利用されてきた．基本的に，LSCP はすべての i に対して $c_i = 1$ である集合被覆問題である．LSCP の最近の応用例として、Underhill(1994) が提案したものがある。Underhill は、生物学的種を保護するために保護区を設計するための候補地を選択する試みの多くは，集合被覆問題の定義に当てはまると述べている [15]．この論文では、候補地とは、絶滅の懸念がある生物相を含む地域のことである．その候補地に含まれる生物学的種はずでに明らかになっているものとする．また，そのような生物学的種は、絶滅の危機に

瀕している種や絶滅危惧種であってもよい．この場合，需要は各生物学的種と定義することができる．この保護区の候補地選択問題は，絶滅の懸念がある各種が選択された候補地のうち少なくとも 1 箇所で現地人に反発を受けることを前提とした，候補地の最小数を見つける問題である．つまり，この問題において需要を被覆するためには，複数の ” 被覆 ” 設備が必要であることを意味する．このような問題は，設備が常に利用できるとは限らない場合や，過度の被覆をすることでリスク回避を行う場合に発生する．

Toregas(1970) は，ML-LSCP を，各需要を被覆するために必要な設備の最小数を，あらかじめ設定された回数だけ探索すると定義している．この問題の定式化には次のような要素を追加する必要がある．

$$l_j = \text{任意の需要 } j \text{ に対する被覆回数}$$

さらに，LSCP の制約式 (2.4) を以下のように置き換えることで，ML-LSCP を定式化することができる．

$$\sum_{i=1}^{n} a_{ij} x_i \geq l_j \quad \forall j = 1, 2, \cdots, m$$

この ML-LSCP と LSCP との唯一の違いは，需要を被覆するための候補地の数が 1 以上の整数に設定されている点である．上記モデルでは，各候補地は一度しか選択できないこと注意する必要がある．ML-LSCP の別バージョンとして，Batta・Mannur(1990) [16] や Slyke(1982) [17] がある．Batta・Mannur は，各需要が複数の被覆を必要とする緊急車両の配置問題を提案しており，候補地に複数の車両を配置することが可能である．したがって，彼らのモデルは，上記で使用されたバイナリ x_i 変数と異なり，非負整数 x_i 変数を用いている．Xiaoming・Slyke(1984) [18] は，このタイプのモデルを Unbounded Multi-cover Problem と呼ぶ。これは，ML-LSCP の 2 つの形式における大きな違いである．LSCP は，1 つの候補地を最大 1 回選択することができる場合に適しており，ML-LSCP は，複数の候補地を 1 つの需要に割り当てることができる場合に適しているという点が，LSCP と ML-LSCP の大きな違いである．

また，$x_i = 0, 1$ のバイナリ変数である場合，ML-LSCP には実行可能解が存在しない可能性がある．ある需要 j について，$\sum_{i=1}^{n} a_{ij} < l_j$ であるとすると，需要 j を被覆できる候補地 i の数は被覆回数 l_j の必要数よりも少ないことになる．そのため，被覆回数の上限として，l_j の値は $\sum_{i=1}^{n} a_{ij}$ を超えてはならない．次節では，LSCP の削減アプローチについて述べる．

2.4 Maximun Covering Location Problem

施設数は、LSCP において、唯一の費用要因として使用されている．施設数を最も重要な費用指標に用いることは，実世界に存在する多くの問題を定式化するにあたり，有用であるとされている．これは，施設を配置するのにかかる単位費用が，選択された候補点や，被覆された需要点に依存しない場合に施設数が総費用に対する正しい指標となることを表している．施設数を費用としたときの需要の被覆率を効果とする費用対効果をグラフ化すると，設置する施設数に応じて被覆要件を満たす候補点の集合が数多く存在することを確認できる．これは，算出した解を採択するかしないかを判断する意思決定者にとっては重要な問題である．なぜならば，限られた費用の中で施設配置の採択を行わなくてはならない意思決定者にとって，必ずしも需要を全て被覆することができるとは限らないからである．そのような施設の数が不足している場合，意思決定者は需要の全被覆ではなく，限られた施設数の中で最大の被覆率を実現しなくてはならない．Church・ReVelle は，このような施設数があらかじめ設定されている状態で需要の被覆率を最大化するような施設配置を Maximal Covering Location Problem (MCLP) として定義した [19].

MCLP では施設の総数を変化させることで，施設数が需要の被覆率をどのように変化させるかを求めることができる．例えば施設数が 5 である場合は需要を 90% 被覆することができるが，需要を 100% 被覆しよう

とすると施設数が 15 必要であるというような場合である．また，意思決定者はこのような中で，費用の観点から需要の全被覆は不可能であるが，被覆できていない需要に対しても一定のサービスを行いたい場合がある．これは，全ての需要が最も遠い施設までの距離 $T(T > S|S$: 施設が需要を被覆することができる最大距離) 以内に存在することを意味する．このような，$T(T > S)$ の距離内で強制的な需要の被覆を維持しつつサービス可能距離 S 内に存在する需要の被覆率を最大化する施設配置を強制的近接制約を伴う MCLP とする．

MCLP は，限られた施設数の中で、事前に設定されたサービス距離または時間以内にサービスを提供できる最大の人口を求める問題である．この問題における定数を表 1 に，決定変数を表 2 に示す．

表 1: MCLP における定数の定義

文字・記号	説明
I	需要点集合
J	候補点集合
S	需要点が”被覆されていない”とみなされる距離 (必要であれば，S の値は各需要点ごとに異なるものを選択することができる)
d_{ij}	需要点 i から候補点 j までの距離
N_i	$\{j \in J \mid d_{ij} \leq S\}$
a_i	需要点 i に与えられた人口
p	選択する候補点の数

表 2: MCLP における決定変数の定義

変数	説明
x_j	1:候補点 j が選択されたとき 0:それ以外のとき
y_i	1:需要点 i が距離 S 以内に存在する候補点に被覆されている場合 0:それ以外のとき

このように与えられたとき，MCPL は次のように定式化することができる．

$$\text{Minimize} \quad \sum_{i \in I} a_i y_i \tag{2.6}$$

$$\text{subject to} \quad \sum_{j \in N_i} x_j \geq y_i \qquad \forall i \in I \tag{2.7}$$

$$\sum_{j \in J} x_j = p \qquad \forall i, k, t \in T | t > S \tag{2.8}$$

$$x_j = \{0, 1\} \qquad \forall j \in J$$

$$y_i = \{0, 1\} \qquad \forall i \in I$$

N_i は、需要点 i を被覆することができる候補点 j の集合である．各需要点は，それぞれ最も近い候補点が S 以下の距離にある場合に被覆され，それぞれ最も近い候補点が S 以上の距離にある場合は被覆されない．目的関数式 (2.6) は、設定されたサービス距離 S 内でサービスを提供する人々の数を最大化することを表現して

いる．制約式 (2.7) は、集合 N_i に含まれる候補点 j が 1 つ以上選択されている場合 (すなわち、1 つ以上の候補点 j が需要点 i から距離 S 以内に存在している場合) にのみ、y_i が 1 になる可能性が発生することを表現している．制約式 (2.8) は，選択される候補点 j の数は p と等しくなるように制限することを表現している．この問題の解は，被覆可能な人口の最大量だけでなく，この最大被覆を満たす p 個の候補点の配置も算出する．

2.5 LSCP に対する決定変数と制約式の削減方法

Roth(1969) と Toregas・ReVelle(1973) は，それぞれ集合被覆モデルと LSC モデルに対する削減規則の使用を検討した．Garfinkel・Nemhauser(1972) も同様に、集合被覆モデルのための削減則を提示している．この削減則は、LSCP で利用されており，MCLP に合わせてどのように調整できるかを実証し，有用性が示された法則である．Williams・ReVelle(1997) は，代表的な問題を解く際にこのような法則の使用を提案している．これらの規則は，与えられた問題に適用された場合，問題のサイズを大幅に縮小する可能性がある．これらの規則はプログラムでの実装も比較的容易であり，計算量も多くないため非常に効果的である．したがって，このような規則は，LSCP，MCLP，一般的な集合被覆問題を解くための最初の手順として適用するのが理にかなっている．

定義 1 (必須地点の定義)**.** ある地点 j は，すべての $k \neq j$ について，$a_{ij} = 1$ であり，$a_{ik} = 0$ である少なくとも *1* つの i が存在する場合，必須地点である．

定義 2 (支配列の定義)**.** 被覆行列内の各列 j が，被覆行列内の行 i ごとに $a_{ij} \leq a_{ik}$ となる場合，被覆行列内の列 j が被覆行列内の k 列を支配しているという．

定義 3 (支配行の定義)**.** 被覆行列の各列 j に対して，$a_{ij} \leq a_{sj}$ となる場合，ある行 i が被覆行列内の別の行 s を支配しているという．

これらの定義を踏まえた上で，以下に LSCP に対する決定変数と制約式の削減アルゴリズムを示す．

Algorithm 1 LSCP に対する決定変数と制約式の削減アルゴリズム (Toregasand・ReVelle 1973)

1: 解の必須地点を選択する．各必須地点について、被覆行列からそれぞれの列を削除すると同時に，その列で覆われている行を削除する．
2: 支配的な列を特定し，被覆行列からそれらを削除する．
3: 支配的な行を特定し，被覆行列からそれらを削除する．
4: 被覆行列が残らないか，それ以上の削減が見つからなくなるまで， 1 から 3 を繰り返す．

削減アルゴリズムは，2 つの可能な結果をもたらす．

case 1：行列が残らない：LSCP に対する最適解が生成され，削減アルゴリズム中に選択された必須地点で構成される．

case 2：行列が残る：LSCP の部分解が特定され，削減アルゴリズムの間に選択された本質的に必要な地点から構成されている．再主被覆行列は，分岐と境界を持つ線形計画法のような追加の手法を使って解かなければならない削減された被覆問題を表す．

多くの場合，削減アルゴリズムは問題サイズを大幅に小さくすることができる．削減後の問題はしばしばヒューリスティックなアルゴリズムや解法を必要とする可能性がある (Toregas 1971)．

3　提案手法

3.1　既存手法の概要

本研究にて提案する施設配置における既存手法として Location Set-Covering Problem(以下，LSCP とする) という手法が存在する．LSCP とは，入力として，

A). 需要点集合
B). 設備候補点集合
C). 各需要点を被覆する設備候補点集合

が与えられたとき，全ての需要点を被覆するような設備候補点の選択数が最小となる設備候補点の組み合わせを出力するモデルである．

需要点とは，設備候補点に被覆されなくてはいけない点であり，集合被覆問題における与えられる集合である．この問題を定義した Toregas は"demand"と表現していた．設備候補点とは，需要点を被覆することのできる点であり，一般的に LSCP では"facility"などと表現されている．各設備候補点には需要点に対して被覆を行うことができる最大距離や，最大時間などの基準が定められている．設備候補点が需要点を被覆するとは，上記に記した設備候補点の需要点に対して被覆を行うことができる基準以内に需要点が存在することを表す．各設備候補点が被覆することのできる需要点を需要点集合の部分集合，設備候補点を選択することを費用とみなすと，LSCP は重み無し集合被覆問題の一種である 0-1 整数計画問題であることがわかる．

図 4 は LSCP の出力結果をビジュアル化した例である．赤星が需要点を，灰点が設備候補点を，青点が選択された設備候補点を，青円が選択された設備候補点の需要点に対する被覆を行うことのできる最大距離を表している．需要である赤星を選択された設備候補点の青丸が全て被覆している．

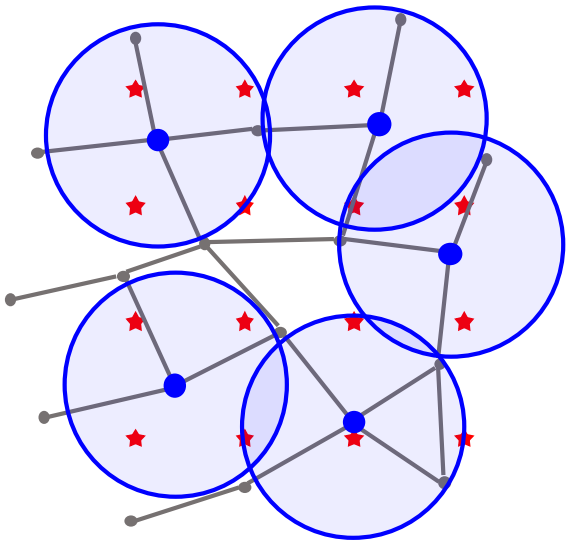

図 4: LSCP の出力結果のビジュアル化例

3.1.1 既存手法の文字・記号・決定変数の定義

LSCP における文字と記号，決定変数の定義を以下の表 3・表 4 に示す．需要点を j とし，全需要点の集合を $J(j \in J)$ とする．設備候補点を i とし，全設備候補点の集合を $I(i \in I)$ とする．ある設備候補点 i からある需要点 j までの距離を d_{ij} として表現し，設備候補点が被覆することのできる需要点までの最大距離を d_{MAX} として表現する．需要点 j を被覆することのできる距離に存在する設備候補点 i の集合 $(i|d_{ij} \leq d_{\mathrm{MAX}})$ を N_j として表現する．決定変数 x_i は，設備候補点 i が選択されたとき 1 の値をとり，それ以外は選択されていないとして 0 の値をとる．

表 3: LSCP で用いる文字と記号

文字・記号	説明
J	需要点集合
j	需要点 $(j \in J)$
I	設備候補点集合
i	設備候補点 $(i \in I)$
d_{ij}	設備候補点 i から需要点 j までの距離
d_{MAX}	設備候補点が被覆することのできる需要点までの最大距離
N_j	需要点 j を被覆することのできる距離に存在する設備候補点 i の集合 $(i|d_{ij} \leq d_{\mathrm{MAX}})$

表 4: LSCP における決定変数

変数	説明
x_i	1:設備候補点 i が選択されたとき 0:それ以外のとき

3.1.2 既存手法の定式化

LSCP の目的関数を式 (3.1) に，制約式を式 (3.2) に示す．

$$\text{Minimize} \quad \sum_{i \in I} x_i \tag{3.1}$$

$$\text{subject to} \quad \sum_{i \in N_j} x_i \geq 1 \qquad \forall j \tag{3.2}$$

各需要点は，それぞれ最も近い設備候補点が d_{MAX} 以下の距離にある場合に被覆され，それぞれ最も近い設備候補点が d_{MAX} 以上の距離にある場合は被覆されない．目的関数式 (3.1) は、選択された設備候補点 i の数を最小化することを表現している．制約式 (3.2) は、必ず集合 N_j に含まれる設備候補点 i が 1 つ以上選択されている (すなわち、1 つ以上の設備候補点 i が需要点 j から距離 d_{MAX} 以内に存在している) ことを表現している．

3.2 提案手法の概要

本研究では，第三章一節にて示した既存手法である LSCP に対して，時間経過に伴い施設が移動するモデルの提案を行う．

このモデルは LSCP に対して，時間経過に伴い設備候補点上を移動する移動設備という概念を付与しており，Timed Label Location Set Covering Problem(以下，TL-LSCP とする．) と呼称する．移動設備は通過した設備候補点上に需要点を被覆することの出来る効果を残すことができ，それにより時間と設備の移動を考慮したモデルを実現する．

TL-LSCP は入力として，

A) 需要点集合
B) 設備候補点集合
C) 設備候補点上を移動する移動設備集合
D) 各需要点を被覆する設備候補点集合
E) 被覆の効果が持続する時間

が与えられたとき，全ての需要点が，全ての時間において移動設備が現在存在している設備候補点と、効果が残っている設備候補点により被覆されている状態になっているときの移動設備数が最小となる組み合わせを出力するモデルである．

需要点とは，設備候補点上に存在する移動設備に被覆されなくてはいけない点である．例として，地域密着型のコミュニティバスにおける，需要領域などがそれにあたる．設備候補点とは，移動設備を配置することのできる点である．一般的な LSCP では需要点を被覆するのは設備候補点であり，どの設備候補点を採択するかを明らかにする問題であったが，このモデルにおいては設備候補点は採択対象ではない．移動設備とは，設備候補点上に存在することのできる設備であり，これが需要点を被覆する．先に挙げた例におけるコミュニティバスにあたる．移動設備が需要点を被覆するとは，移動設備が存在している設備候補点が需要点に対して被覆を行うことができる基準内に需要点が存在することを表す．また，移動設備は，配置された設備候補点に一定時間，移動設備が存在しているのと同じ効果を残すことができるものとする．これが，一般的な LSCP と TL-LSCP の最大の違いである．各設備候補点が被覆することのできる需要点を需要点集合の部分集合，移動設備の選択を費用とみなすと，TL-LSCP は重み無し集合被覆問題の一種であることがわかる．また，0-1 整数計画問題である LSCP とは違い，TL-LSCP は整数計画問題である．

図 5 は TL-LSCP の出力結果をビジュアル化した例である．赤星が需要点を，灰点が設備候補点を，青点が設備候補点に配置された移動設備を，青円が移動設備が配置された設備候補点の需要点に対する被覆を行うことのできる最大距離を表している．LSCP と異なり，需要である赤星を設備候補点上を移動している移動設備の青丸が一定時間で全て被覆している．

3.2.1 提案手法の文字・記号・決定変数の定義

TL-LSCP における文字と記号，決定変数の定義を以下の表 5・表 6 に示す．需要点を j とし，全需要点の集合を $J(j \in J)$ とする．設備候補点を i とし，全設備候補点の集合を $I(i \in I)$ とする．設備候補点上に存在することができる移動設備を k とし，全移動設備の集合を $K(k \in K)$ とする．そのため，全設備候補点と全移動設備の総数は等しくなる ($|I| = |K|$)．本研究にて提案する TL-LSCP では，LSCP とは異なり，この移動設備を選択することで，全需要点を被覆することを目的としている．ある設備候補点 i からある需要点 j ま

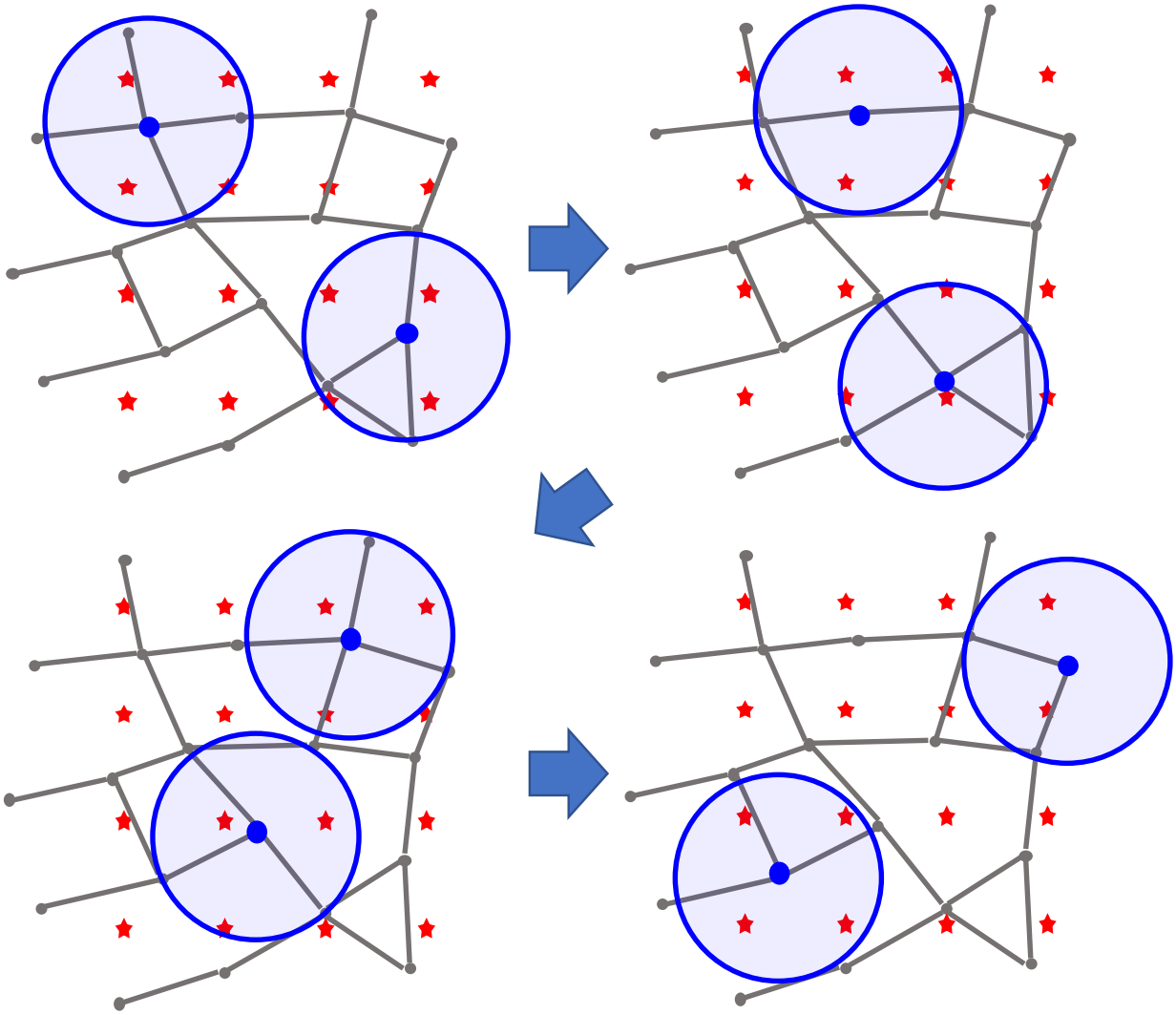

図 5: TL-LSCP の出力結果のビジュアル化例

での距離を d_{ij} として表現し，移動設備が被覆することのできる需要点までの最大距離を d_{MAX} として表現する．需要点 j を被覆することのできる距離に存在する設備候補点 i の集合 $(i|d_{ij} \leq d_{\mathrm{MAX}})$ を N_j として表現する．TL-LSCP では移動設備が通過した設備候補点上に需要点を被覆することの出来る効果を残すことができる時間 S を考慮することで，移動設備が移動しながら全需要点を被覆することを表現する．T は時刻 t の全集合であり，移動設備の配置開始時刻は $t = 1$ とする．移動設備 k が設備候補点 i から同じく設備候補点 l に移動するのに必要とする時間を τ_{il} として表現し，τ_{il} が単位時間以下である場合のみ移動設備 k は設備候補点 i から設備候補点 l に移動が可能であるとする．道路ネットワークは双方向リンクではない可能性があるため，設備候補点 i に単位時間で移動できる距離に存在する設備候補点集合を R_{in_i} とし，設備候補点 i から単位時間で移動できる距離に存在する設備候補点集合を R_{out_i} として表現する．決定変数 $x_{i,k,t}$ は，時刻 t に移動設備 k が設備候補点 i にいるとき選択されたとして 1 の値をとり，それ以外のときは選択されていないとして 0 の値をとる．

表 5: TL-LSCP で用いる文字と記号

文字・記号	説明
J	需要点集合
j	需要点 ($j \in J$)
I	設備候補点集合
i	設備候補点 ($i \in I$)
K	移動設備集合
k	移動設備 ($k \in K$)
d_{ij}	設備候補点 i から需要点 j までの距離
d_{MAX}	ある設備候補点から需要点に対して被覆を行える最大距離
N_j	需要点 j を被覆可能な距離に存在する設備候補点 i の集合 ($i \mid d_{ij} \leq d_{\mathrm{MAX}}$)
S	被覆の効果が持続する時間
T	時刻集合 ($T \subset \mathbb{N}_+$)
t	時刻 ($t \in T$)
τ_{il}	設備候補点 i から設備候補点 l への移動時間 ($\tau_{il} \in \mathbb{N}_{0+}$)
R_{in_i}	設備候補点 i に単位時間以内に移動できる設備候補点集合 ($\tau_{li} \leq 1, \forall l \in R_{\mathrm{in}_i}$)
R_{out_i}	設備候補点 i から単位時間以内に移動できる設備候補点集合 ($\tau_{il} \leq 1, \forall l \in R_{\mathrm{out}_i}$)

表 6: TL-LSCP における決定変数

変数	説明
$x_{i,k,t}$	1:時刻 t に移動設備 k が設備候補点 i にいるとき 0:それ以外のとき

3.2.2 提案手法の定式化

TL-LSCP の目的関数を式 (3.3) に，制約式を式 (3.4)〜式 (3.7) に示す．

$$\text{Minimize} \quad \sum_{i \in I} \sum_{k \in K} x_{i,k,1} \tag{3.3}$$

$$\text{subject to} \quad \sum_{s=1}^{S} \sum_{i \in N_j} \sum_{k \in K} x_{i,k,(t-s)} \geq 1 \qquad \forall j, t \in T | t > S \tag{3.4}$$

$$\sum_{l \in R_{\mathrm{in}_i}} x_{l,k,(t-1)} - x_{i,k,t} \geq 0 \qquad \forall i, k, t \in T \backslash \{1\} \tag{3.5}$$

$$x_{l,k,(t-1)} - \sum_{l \in R_{\mathrm{out}_i}} x_{i,k,t} \leq 0 \qquad \forall i, k, t \in T \backslash \{1\} \tag{3.6}$$

$$\sum_{i \in I} \sum_{k \in K} x_{i,k,(t-1)} - \sum_{i \in I} \sum_{k \in K} x_{i,k,t} = 0 \qquad \forall j, t \in T \backslash \{1\} \tag{3.7}$$

本研究における提案手法では，全ての時刻における移動設備の数は一定であると定義しているため，目的関数は時刻 $t = 1$ 時点にて選択されている移動設備の総数を最小化するものとなる．図 6 の灰丸は設備候補点 i

を表しており，各灰丸の上下に示した決定変数 x は，時刻 $t=1$ のときのそれぞれの設備候補点 i に対応する移動設備 k と決定変数 $x_{i,k,t}$ を表している．これより，ある時刻 t における設備候補点 i に存在する移動設備の総選択数は以下の式 (3.8) ように表すことができる．

$$\text{時刻 } t=1 \text{ における設備候補点 } i \text{ に存在する移動設備の総選択数} = \sum_{k \in K} x_{i,k,1} \tag{3.8}$$

これより，時刻 $t=1$ 時点にて選択されている移動設備の総数は，全設備候補点 i における式 (3.8) の総和であるため，

$$\text{時刻 } t=1 \text{ における移動設備の総選択数} = \sum_{i \in I} \sum_{k \in K} x_{i,k,1} \tag{3.9}$$

と表すことができる．

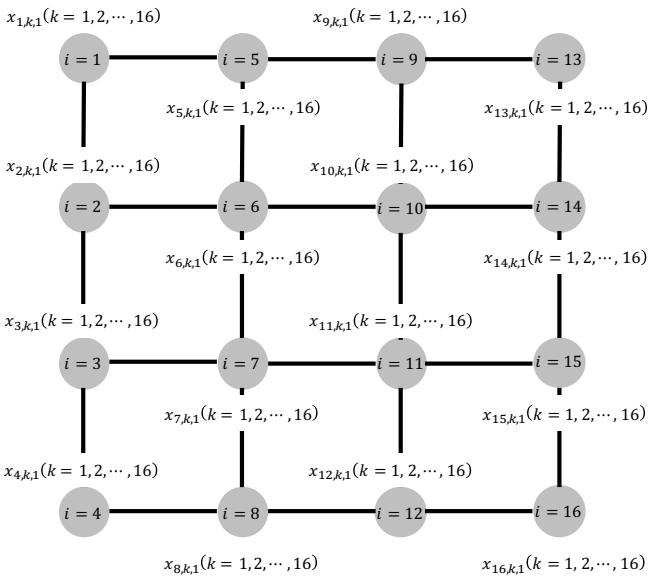

図 6: 設備候補点 i の総数が 16 のときの決定変数の解釈

図 7 の赤枠丸は移動設備が時刻 $t=2$ における灰丸の設備候補点 $i=6$ に移動することができる設備候補点の部分集合 R_{in_6} を表している．それにより，決定変数 $x_{6,1,2}$ の値は R_{in_6} の要素に含まれている設備候補点に関係した決定変数の総和以下とならなくてはいけないため，

$$x_{6,1,2} \leq x_{1,1,1} + x_{2,1,1} + x_{3,1,1} + x_{4,1,1} + x_{5,1,1} + x_{6,1,1} \tag{3.10}$$

となることがわかる．これは，

$$x_{6,1,2} \leq \sum_{l \in R_{\mathrm{in}_6}} x_{l,1,1} \tag{3.11}$$

と表現することができる．一つ前の時刻は $t-1$ にて示すことができるため，一般化し代入すると，

$$\sum_{l \in R_{\mathrm{in}_i}} x_{l,k,(t-1)} - x_{i,k,t} \geq 0 \qquad \forall i,k,t \in T \backslash \{1\} \tag{3.12}$$

となる．これは，移動設備が時刻の経過に伴い増加することを防ぐ制約条件となっている．また，同じような手法にて移動設備が時刻の経過に伴い減少することを防ぐ制約条件について考えることができる．

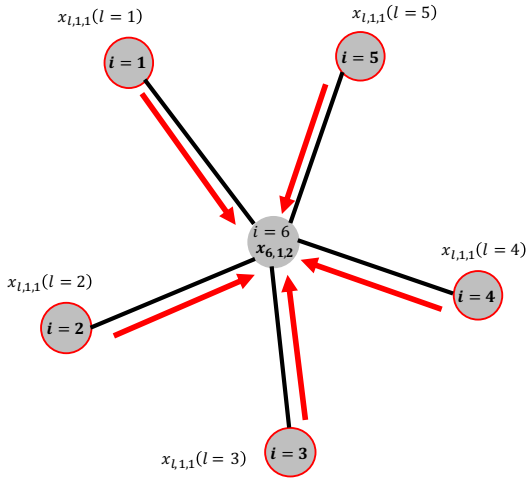

図 7: 時刻 $t=1$，設備候補点 $i=6$ に関する式 (3.5) の解釈

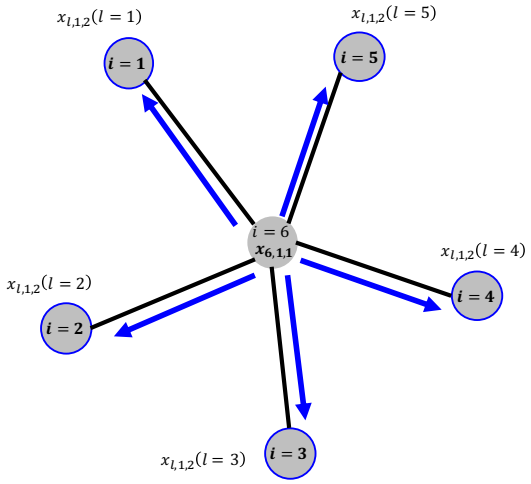

図 8: 時刻 $t=1$，設備候補点 $i=6$ に関する式 (3.6) の解釈

図 7 の青枠丸は移動設備が時刻 $t=2$ における灰丸の設備候補点 $i=6$ から移動することができる設備候補点の部分集合 R_{out_6} を表している．そのため，決定変数 $x_{6,1,1}$ の値は R_{out_6} の要素に含まれている設備候補点に関係した決定変数の総和以下とならなくてはいけないため，

$$x_{6,1,1} \leq x_{1,1,2} + x_{2,1,2} + x_{3,1,2} + x_{4,1,2} + x_{5,1,2} + x_{6,1,2} \tag{3.13}$$

となることがわかる．これは，

$$x_{6,1,1} \leq \sum_{l \in R_{\mathrm{out}_6}} x_{l,1,2} \tag{3.14}$$

と表現することができる．先ほどと同様に，一つ前の時刻は $t-1$ にて示すことができるため，

$$x_{l,k,(t-1)} - \sum_{l \in R_{\mathrm{out}_i}} x_{i,k,t} \leq 0 \qquad \forall i,k,t \in T \backslash \{1\} \tag{3.15}$$

となる．

時刻 t における，ある設備候補点 i に存在する移動設備 k の合計数は，

$$\sum_{k \in K} x_{i,k,t} \tag{3.16}$$

にて求めることができるため，時刻 t における，全設備候補点に存在する移動設備 k の合計数は，

$$\sum_{i \in I} \sum_{k \in K} x_{i,k,t} \tag{3.17}$$

と表現することができる．移動設備 k の設置開始時刻 t_s から最終時刻まで，移動設備数は一定であると定義しているため，時刻 t と時刻 $t-1$ における移動設備数は等しくなる．これを先ほどの式を用いて表現すると，

$$\sum_{i \in I} \sum_{k \in K} x_{i,k,(t-1)} - \sum_{i \in I} \sum_{k \in K} x_{i,k,t} = 0 \qquad \forall j, t \in T \backslash \{1\} \tag{3.18}$$

となる．

4 実験・評価

これまで，LSCP に関連する理論と，LSCP に時間と施設の移動という概念を組み込んだ TL-LSCP について言及した．提案手法の理論は前章にて定義をした．本章では，提案手法の有用性を検証するための実験方法について述べる．また，実験結果から提案手法について考察を行う．本研究では，格子ネットワークデータ，MAPPLE データの二種類のデータを用いて実験・評価を行った．提案手法の有用性の検証には伝統的な LSCP との比較を用いて行った．

4.1 分析方法

前章までに定式化をした LSCP と TL-LSCP をソルバーにて解析を行う．本実験で用いたソルバーは学生試用版が Web 上にて配布されている CPLEX [?] である．また，定式化はインタープリタ型プログラミング言語である Python を用いて行う．Python には PuLP [20] と呼ばれるライブラリが存在し，これを用いることで作業環境にインストールさえすれば，複数のソルバーを同じプログラム上にて運用することが可能である．また，この PuLP ライブラリは決定変数などを直接プログラムにて操作することが可能であるため，結果データの取り扱いがソルバーにて LP ファイルを用いて解析するよりも容易であるという利点が存在する．本研究における実験 (計算機) 環境を以下の表 7 に示す．

表 7: 実験 (計算機) 環境

PC	MacBook Pro (13-inch, 2019)
OS	macOS Catalina version 10.15.6
CPU	2.8 GHz クアッドコア Intel Core i7
メモリ	16 GB 2133 MHz LPDDR3
Solver version	CPLEX version 12.9.0.0

本実験では，使用するデータとして格子状ネットワークデータと MAPPLE の道路ネットワークデータの二種類を用いる．格子状ネットワークデータは，一辺の長さが 10 の格子状の各頂点をノード，辺をリンクとするノードリンクデータである．MAPPLE [21] とは旺文社ホールディングスの株式会社マップルが提供する道路ネットワークデータを示している．基本データとして，

- 道路ネットワークデータ（ノード・リンク情報）
- 全道路ノード規制情報、全道路リンク規制情報
- マスタ情報（交差点名称、道路通称名、踏切）

が収録されている．また，オプションデータとして，

- 方面案内情報
- 高速分岐拡大図画像（ジャンクションなどの分岐拡大図画像）
- 都市高速入口拡大図画像
- 高速道路情報（料金、SA・PA 施設）
- レーン情報（車線ごとの進行可能方向情報）
- ぬけみち情報

- 標高値情報（地表面標高）

も収録されている．本研究にて用いたデータは道路ネットワークデータに収録されているデータのうち，基本データ項目のノード・リンク情報である．

また，ノード・リンクデータを取り扱う際には以下に示す緯度経度変換を行わなくてはならない．本実験では，GRS80 (Geodetic Reference System 1980) を用いる．GRS80 とは，国際測地学協会 (IAG) ，国際測地学および地球物理学連合 (IUGG) が 1979 年に採択した，地球の形状，重力定数，角速度など地球の物理学的な定数や計算式を合わせたシステム全体の名称である．GRS80 のなかで使用される地球を模した回転楕円体のことを GRS80 楕円体という．以下に緯度経度を平面直角座標系に変換する手法を示す．

変換地点の緯度，経度を φ，λ とし，平面直角座標系原点の緯度，経度を φ_0，λ_0 とする．また，地球を楕円体としたときの測量法施行令第三条に定められている長半径 Rx と逆扁平率 f の値は,

$$
\begin{aligned}
Rx &= 6{,}378{,}137 \\
F &= 298.257222101
\end{aligned}
$$

である．平面直角座標系の X 軸上における縮尺係数 m_0 は,

$$
m_0 = 0.9999
$$

である．また，以下に中間変数を示す．

$$
n = \frac{1}{2F-1}
$$

中間変数 n を用いることで，中間変数 $A_i(i=1,2,\cdots,5)$ と $\alpha_i(i=1,2,\cdots,5)$ を求めることができる．

$$
\begin{aligned}
A_0 &= 1 + \frac{n^2}{4} + \frac{n^4}{64} \\
A_1 &= -\frac{2}{3}\left(n - \frac{n^3}{8} - \frac{n^5}{64}\right) \\
A_2 &= \frac{15}{16}\left(n^2 - \frac{n^4}{4}\right) \\
A_3 &= -\frac{35}{48}\left(n^3 - \frac{5}{16}n^5\right) \\
A_4 &= \frac{315}{512}n^4 \\
A_5 &= -\frac{693}{1280}n^5 \\
\alpha_1 &= \frac{1}{2}n - \frac{2}{3}n^2 + \frac{5}{16}n^3 + \frac{41}{180}n^4 - \frac{127}{288}n^5 \\
\alpha_2 &= \frac{13}{48}n^2 - \frac{3}{5}n^3 + \frac{557}{1440}n^4 + \frac{281}{630}n^5 \\
\alpha_3 &= \frac{61}{240}n^3 - \frac{103}{140}n^4 + \frac{15061}{26880}n^5 \\
\alpha_4 &= \frac{49561}{161280}n^4 - \frac{179}{168}n^5 \\
\alpha_5 &= \frac{34729}{80640}n^5
\end{aligned}
$$

ここで求めた A_i，α_i と定数を用いることで，中間変数 $\bar{S}_{\varphi_0}$ と $\bar{A}$ を求めることができる．

$$\bar{S}_{\varphi_0} = \frac{m_0 Rx}{1+n}\left(A_0\frac{\varphi_0}{\rho''} + \sum_{j=1}^{5} A_j \sin 2j\varphi_0\right)$$
$$\bar{A} = \frac{m_0 Rx}{1+n} A_0$$

中間変数 λ_c，λ_s，t，$\bar{t}$ を以下のように定義する．

$$\begin{aligned}
\lambda_c &= \cos(\lambda - \lambda_0) \\
\lambda_s &= \sin(\lambda - \lambda_0) \\
t &= \sinh\left(\tanh^{-1}\sin\varphi - \frac{2\sqrt{n}}{1+n}\tanh^{-1}\left[\frac{2\sqrt{n}}{1+n}\sin\varphi\right]\right) \\
\bar{t} &= \sqrt{1+t^2}
\end{aligned}$$

この中間変数 λ_c，λ_s，t，$\bar{t}$ を用いて，ξ' と η' を

$$\xi' = \tan^{-1}\left(\frac{t}{\lambda_c}\right)$$
$$\eta' = \tanh^{-1}\left(\frac{\lambda_s}{\bar{t}}\right)$$

とすると，これらと中間変数 α_i を用いることで中間変数 σ，τ は以下のようになる．

$$\sigma = 1 + \sum_{j=1}^{5} 2j\alpha_j \cos 2j\xi' \cosh 2j\eta'$$
$$\tau = \sum_{j=1}^{5} 2j\alpha_j \sin 2j\xi' \sinh 2j\eta'$$

また，ここで用いている定数 ρ'' は，緯度 φ_0 をラジアン単位に変換する量であり，緯度の単位によって以下のように値が与えられる．

$$\varphi_0 = \begin{cases} 3600 \times \dfrac{180}{\pi} & \text{(秒単位)} \\ 60 \times \dfrac{180}{\pi} & \text{(分単位)} \\ \dfrac{180}{\pi} & \text{(度単位)} \end{cases}$$

ここまでに示した中間変数を用いることで，変換地点の平面直角座標 (x, y) を，

$$x = \bar{A}\left(\xi' + \sum_{j=1}^{5} \alpha_j \sin(2j\xi')\cosh(2j\eta')\right) - \bar{S}_{\phi_0}$$
$$y = \bar{A}\left(\eta' + \sum_{j=1}^{5} \alpha_j \cos(2j\xi')\sinh(2j\eta')\right) \tag{4.1}$$

と求めることができる．

また，二点における，緯度経度から二点間の距離を求める計算にはヒュベニの公式を用いた．以下に示す．緯度 φ_1 経度 λ_1 から，緯度 φ_2 経度 λ_2 までの距離 (m) を求めるとき，二点の平均緯度 P は，

$$P = \frac{\varphi_2 + \varphi_1}{2}$$

にて，また二点の緯度差 dP，経度差 dR はそれぞれ，

$$dP = \varphi_2 - \varphi_1$$
$$dR = \lambda_2 - \lambda_1$$

にて求まる．地球を楕円体であるとしたときの測量法施行令第三条に定められている長半径 Rx と扁平率 f の値は，

$$Rx = 6{,}378{,}137$$
$$f = \frac{1}{298.257222101}$$

であるため，長半径 Rx(赤道半径) と短半径 Ry(極半径) はそれぞれ，

$$Rx = 6{,}378{,}137$$
$$f = 6{,}378{,}137 \times \left(1 - \frac{1}{298.257222101}\right) = 6{,}356{,}752.314$$

となる．第一離心率 e，第二離心率 e' は，

$$e = \sqrt{(\frac{(Rx^2 - Ry^2)}{Rx^2})}$$
$$e' = 6{,}378{,}137 \times \left(1 - \frac{1}{298.257222101}\right) = 6{,}356{,}752.314$$

で表されるため，子午線曲率半径 M，卯酉線曲率半径 N は，

$$M = \frac{Rx(1 - e^2)}{\sqrt{(1 - e^2 \times \sin^2 P)^3}}$$
$$N = \frac{Rx}{\sqrt{(1 - e^2 \times \sin^2 P)}}$$

であるともとまる．これらから，二点間の距離 D は，

$$D = \sqrt{(MdP)^2 + (N\cos(P) \cdot dR)^2}$$

と表現できる．

TL-LSCP における移動設備は地域巡回を行っている警備車両や，コミュニティバスを想定している．自動車警ら隊などは基本，制限速度より大幅に低速で警備巡回を行っている．さらに夜間などは 30〜20km/h での低速巡航を行っている車両も多い．市街地では信号の待ち時間などが存在するため，平均時速は巡航速度のおよそ 1/2 程度である 12.5km/h と設定する．単位時間は 60sec と設定するため，単位時間あたりの移動最大距離は $12.5 \times (1/60) \fallingdotseq 200\text{m/min}$ となる．これより，実験パラメータを統一するため，LSCP，また TL-LSCP における設備候補点または，移動設備が需要点を被覆することのできる最大距離 d^{MAX} は 200m と設定する．

4.2 格子ネットワークデータを用いた実験

正方格子状ネットワークデータを用いる実験を LSCP と TL-LSCP に対して小規模，中規模の二種類のデータを用いて行う．正方格子状ネットワークデータの各ノードを設備候補点とし，正方格子状ネットワーク

表 8: 正方格子状ネットワークにおける解析する対象

instance	小規模	中規模
設備候補点数	36	64
需要点数	18	24

のサイズの範囲内で座標を一様乱数にて算出したノードを需要点とする．小規模，中規模それぞれのの格子状ネットワークにおける，設備候補点，需要点の個数を表 8 に示す．

小規模の正方格子状ネットワークを用いたときの LSCP における出力結果を図 9 に，TL-LSCP における出力結果を図 10 に示す．図 10 に示した出力結果は，移動設備が通過した設備候補点上に需要点を被覆することの出来る効果の持続時間を $S = 3$ と設定している．図 9 において，灰点は設備候補点を，青点は選択された設備候補点を，赤星は需要点を示す．青円に囲まれた範囲は円の中心に存在する青点が意味する選択された設備候補点が需要点を被覆することのできる最大距離を示す．図 10 においては，青点が設置された移動設備を示すこと以外は図 9 と同じである．

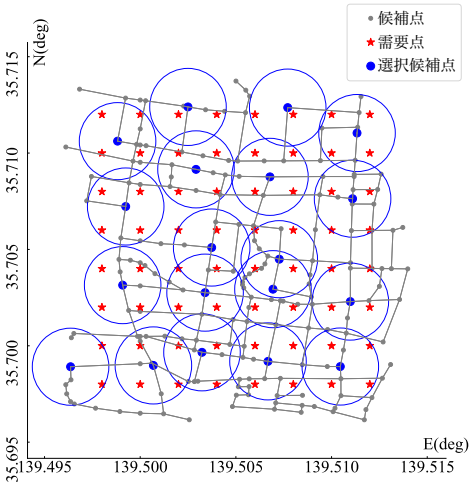

図 9: LSCP における小規模正方格子状ネットワークデータ

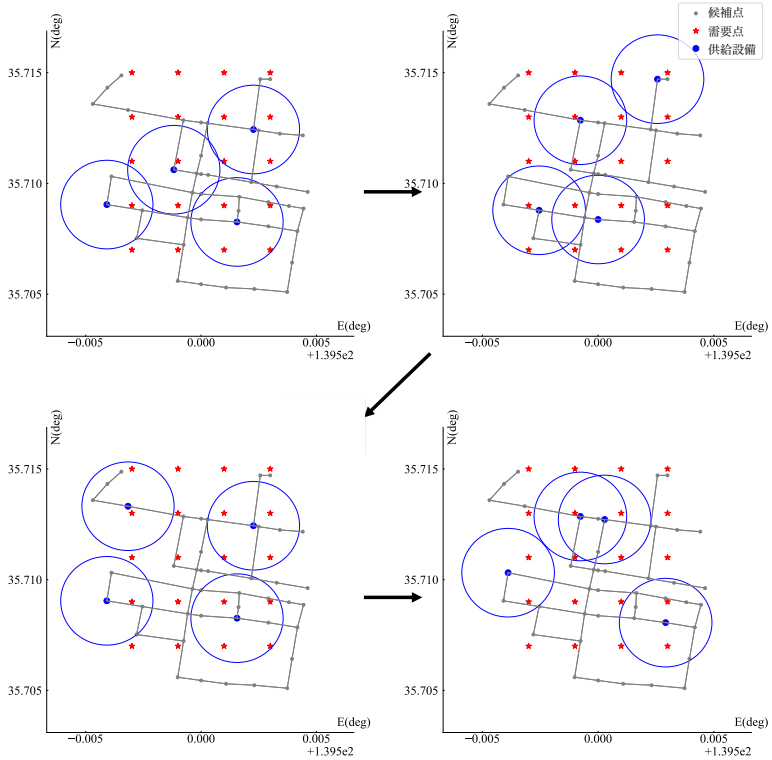

図 10: TL-LSCP における小規模正方格子状ネットワークデータ

図 9 より，小規模の正方格子状ネットワークにおいて，被覆領域を表している青円に需要点を表している赤星が全て含まれていることから，与えられた需要点を全て被覆していることがわかる．一方，図 10 では，ひとつ一つの結果では被覆領域を表している青円に需要点を表している赤星が全て含まれているわけではないが，被覆の効果時間が経過したあとには需要点を再度被覆していることがわかる．図 9，図 10 より，TL-LSCP における移動設備数は LSCP における選択された設備候補点数よりも個数が減少していることがわかる．

中規模の正方格子状ネットワークを用いたときの LSCP における出力結果を図 11 に，TL-LSCP における出力結果を図 12 に示す．本規模でも，被覆の持続時間を $S = 3$ と設定している．それぞれの出力結果における各表記は小規模の正方格子状ネットワークを用いたときと同様である．

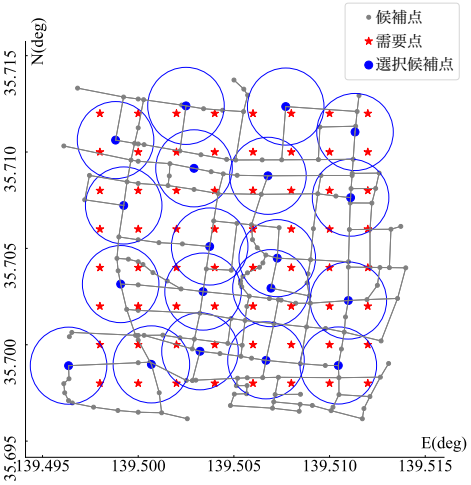

図 11: LSCP における中規模正方格子状ネットワークデータ

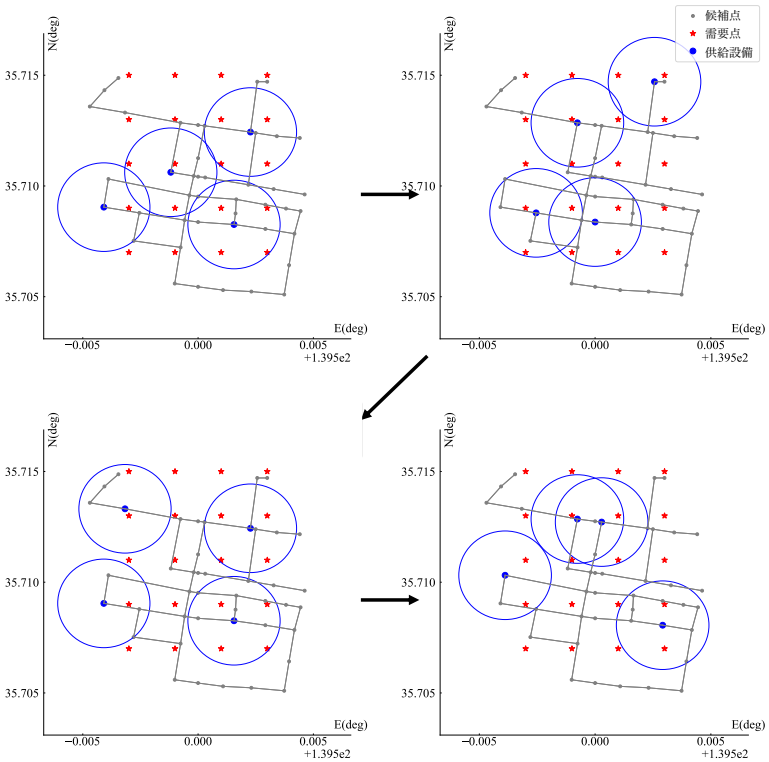

図 12: TL-LSCP における中規模正方格子状ネットワークデータ

小規模の正方格子状ネットワークを用いたときと同様，LSCP，TL-LSCP 共に被覆されるべき需要点は全て被覆されていることがわかる．小規模データを用いた場合に比べて，中規模データを用いた場合の方が，削減された個数が増えていることがわかる．

4.3 MAPPLE データを用いた実験

解析する中規模，大規模の対象区域を表 9 に示す．地図データ MAPPLE を用いて実験を行う．設備候補点・移動設備は地図データ上の対象区域内に存在するノード情報を用いて作成する．また，TL-LSCP における移動設備は設備候補点と同様に地図データ上の対象区域内に存在するノードの接続情報をもとに，ノード間を移動するものとする．単位時間に移動設備が移動できる距離はリンク一つ分であり，距離での設定はしない．また，需要点は設定した対象区域内にて 200m 間隔の格子状に座標を生成しており，このデータは地図上のデータとは関連性を持たせない．

表 9: 解析する対象区域

instance	中規模	大規模
対象区域	[139.505–139.515°E, 35.705–35.715°N]	[139.495–139.515°E, 35.695–35.715°N]
区域サイズ	1.11 × 0.91km	2.22 × 1.81km
設備候補点数	36	160
需要点数	16	64

中規模の MAPPLE の道路ネットワークデータを用いたときの LSCP における出力結果を図 13 に，TL-LSCP における出力結果を図 14 に示す．図 14 に示した出力結果は，移動設備が通過した設備候補点上に需要点を被覆することの出来る効果の持続時間は正方格子状ネットワークと同様に $S = 3$ と設定している．図 13 において，灰点は設備候補点を，青点は選択された設備候補点を，赤星は需要点を示す．青円に囲まれた範囲は円の中心に存在する青点が意味する選択された設備候補点が需要点を被覆することのできる最大距離を示す．図 14 においては，青点が設置された移動設備を示すこと以外は図 9 と同じである．

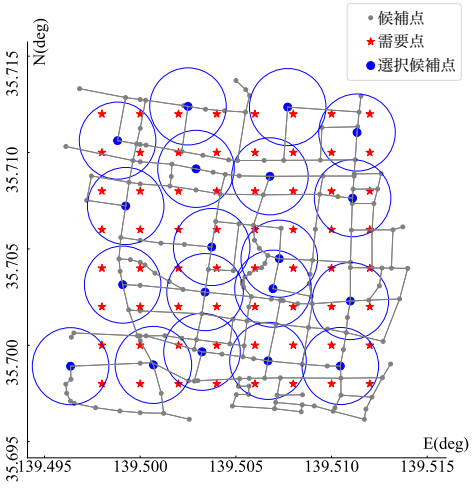

図 13: LSCP における中規模道路ネットワークデータ

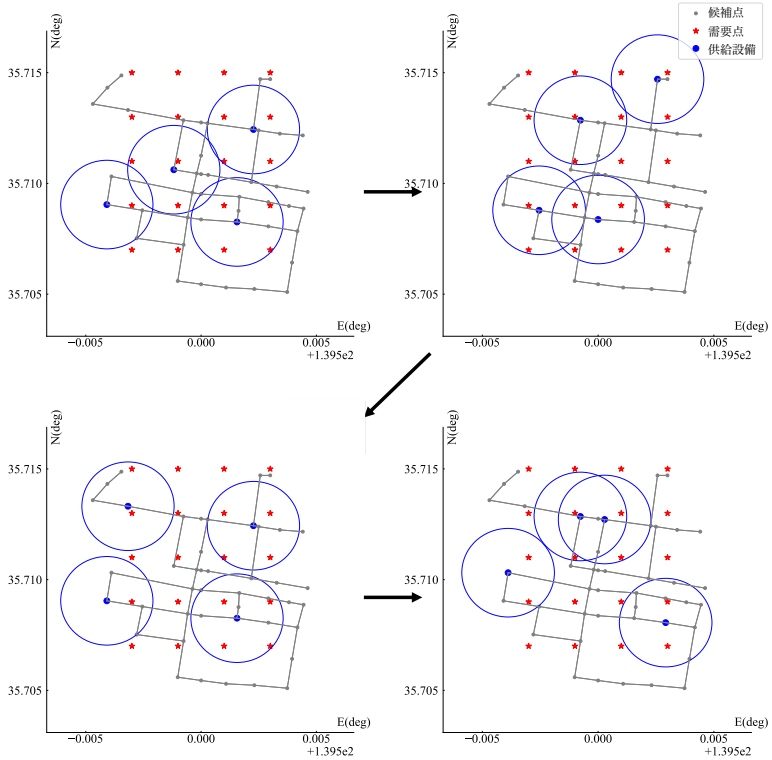

図 14: TL-LSCP における中規模道路ネットワークデータ

図 13 より，中規模の MAPPLE 道路ネットワークデータにおいて，被覆領域を表している青円に需要点を表している赤星が全て含まれていることから，与えられた需要点を全て被覆していることがわかる．一方，図 14 では，ひとつ一つの結果では被覆領域を表している青円に需要点を表している赤星が全て含まれているわけではないが，被覆の効果時間が経過したあとには需要点を再度被覆していることがわかる．図 13，図 14 より，TL-LSCP における移動設備数は LSCP における選択された設備候補点数よりも個数が減少していることがわかる．

大規模の MAPPLE 道路ネットワークデータを用いたときの LSCP における出力結果を図 15 に，TL-LSCP における出力結果を図 16 に示す．本規模でも，被覆の効果持続時間は $S = 3$ と設定している．それぞれの出力結果における各表記は中規模の MAPPLE 道路ネットワークデータを用いたときと同様である．

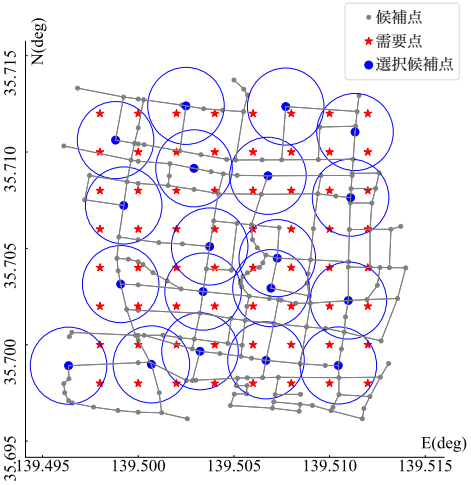

図 15: LSCP における大規模道路ネットワークデータ

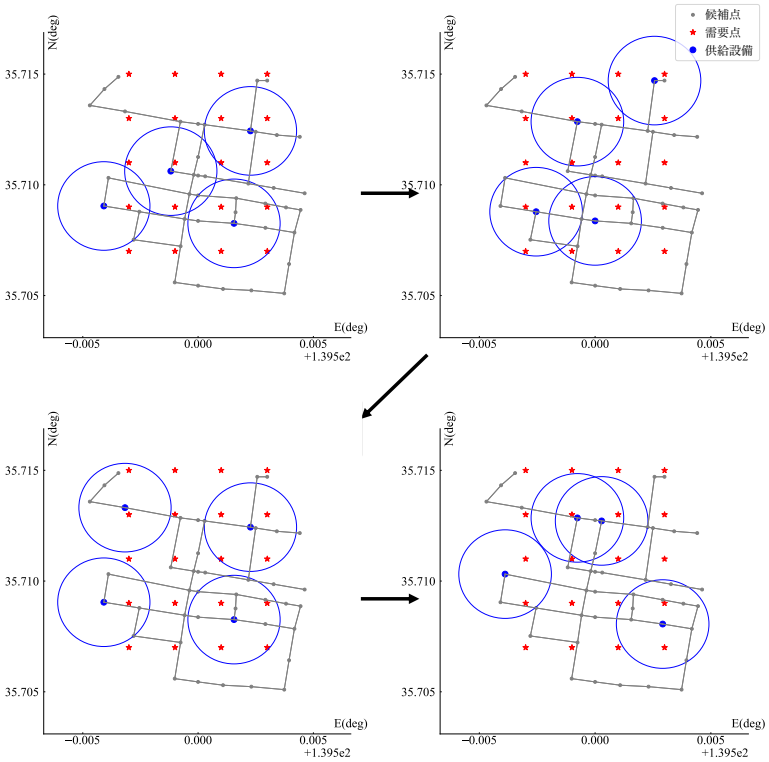

図 16: TL-LSCP における大規模道路ネットワークデータ

4.4 既存手法と提案手法の比較評価

第四章二節，三章にて正方格子状ネットワークデータと MAPPLE 道路ネットワークデータを用いたときの LSCP と TL-LSCP の出力結果を示した．本節では，前節までで示した出力結果をもとに各手法の比較評価を行う．正方格子状ネットワークデータを用いたときの結果を表 10 に，MAPPLE 道路ネットワークデー

タを用いたときの結果を表 11 に示す.

表 10: LSCP と TL-LSCP の計算結果の比較（正方格子状ネットワークデータ）

データ規模	LSCP	TL-LSCP	減少率
小規模	7	6	14.3%
大規模	19	16	15.8%

表 11: LSCP と TL-LSCP の計算結果の比較（MAPPLE 道路ネットワークデータ）

データ規模	LSCP	TL-LSCP	減少率
小規模	7	6	14.3%
大規模	19	16	15.8%

表より，MAPPLE 道路ネットワークデータにおいて，中規模データでは 14.3%，大規模データでは 15.8% のコスト削減を確認できる．どちらのデータにおいても各規模にて TL-LSCP の移動設備の個数は LSCP の設備候補点の選択された個数よりも少ない値で全ての需要点を被覆していることがわかる．また，小規模なデータよりもより大規模なデータの方がコストの削減率は高くなっている．

5 結論

本稿では，施設配置などの意思決定に用いられている一般的な LSCP という問題に対して，設置する施設が時間経過に伴って移動することを考慮した拡張モデルを定式化した．

近年における AI や自動制御関係の技術の発展は目覚ましく，それに伴い自動車などの自動運転技術も現代社会において生活の一部として着実に普及してきている．すでに自動運転車両の運用実験や試験的な運用がすでに実行されており，自動運転技術などの今後の発展が予想できる．そうした中で，ある地域全域を需要領域としたときのコミュニティバスの必要台数は，一般的な LSCP を用いて算出しようとすると，配置する設備は移動しないものとして必要コストを算出するため，実際に必要である数値よりもより大きい値が出てしまう．そのため，一般的な LSCP では正確な費用であったり，資源の面から全時間で被覆することは現実的ではない．しかし，TL-LSCP は，被覆効果時間を設定することで，複数の単位時間で需要点全体を被覆する問題である．そのため，時間と設置する施設が移動することを考慮した TL-LSCP を提案することで，これらの事例に対して，より最適な必要コストを算出することを可能とした．

従来の研究では，一般的な LSCP に関する取り組みに合わせて，それだけでなく LSCP を定義した Toregas[XXXX] によって，ML-LSCP などのモデルへの取り組みが提唱されてきた．LSCP が需要を被覆する施設数を 1 以上としているのに対して，ML-LSCP は需要を被覆する施設数を事前に設定された需要の大きさによって設定された定数以上としている違いがある．これは，呼び出される救急車の車両数など需要の大きさに応じて需要を被覆する施設の数が 1 以上に決定されるような事例である．また，施設配置には意思決定者の存在が不可欠である．そのため，施設数を費用としたときの需要の被覆率を効果とする費用対効果を考慮しなくてはいけない事例も数多く存在する．このような問題に対して着目し定式化された問題が MCLP である．この問題はあらかじめ設定された施設数にて需要の被覆率を最大化する配置選択を行う．Xin・Alan によって道路脇に設置された街灯による照射範囲を最大化するモデル [XXX] などで取り組まれてきた．その一方，これまではある時刻における需要に対する被覆率に対する研究は取り組まれてきたが，常に需要を被覆する必要のない時間軸を考慮した需要の全範囲被覆についてはアプローチが行われてこなかった．平面上に穴のない n 角形 ($n \subset \mathbb{N}$) に対し，この多角形の辺上またはその内部に設置した監視装置が直視できる範囲を被覆範囲とし，多角形の内部全体を被覆する最小の装置数を求める美術館問題というものがある．しかし，実際には設置可能な場所が限られる場合や，常時監視が不可能な場合がある．これは，設置可能な場所が別途与えられる場合や，ある一時点では部分的にしか被覆されないが，移動可能な装置を用いて一定時間内に全体が被覆されるように制約を緩和したモデルの考案が必要であることを意味する．そこで本研究では，これまで取り組まれてきた LSCP，ML-LSCP，MCLP とは異なり移動可能な装置を用いて一定時間内に需要全体が被覆をされるような制約を緩和するモデルに着目し，検討を試みた．

定式化した TL-LSCP にて正方格子状ネットワークデータと MAPPLE 道路ネットワークデータを用いて実験を行った．その結果，LSCP での結果と比較して，正方格子状ネットワークでは小規模データにて 00.0%，中規模データにて 00.0% のコスト削減を確認することができた．また，MAPPLE 道路ネットワークデータでは中規模データにて 00.0%，大規模データにて 00.0% のコスト削減を確認することができた．

解析領域において，需要が均一に分布したいた場合，TL-LSCP におけるコスト削減率がより一層大きいものになる傾向が強い．これは，移動設備は一定速度にて移動するため，一つあたりの移動設備が被覆することのできる領域内に均等に需要が存在することを意味するため，効率的に需要を被覆することができるからと考えられる．その一方で，需要の分布に偏りがある場合はコスト削減率はそれほど大きくならない傾向にある．これは，先ほどとは逆に一つあたりの移動設備が被覆することのできる需要に偏りがあるためであると考えら

れる．

これらのことから，TL-LSCP はある地域全体を需要とするような事例においてより大きな効果を発揮し，有用であるということができると言える．この事例としては，地域密着型のコミュニティーバスや，市内循環を行う警備車両などが考えられる．また，TL-LSCP における需要点に対する被覆効果時間を大きくすると，必然的に必要となる移動設備数は減少する．そのため，費用が固定されているような MCLP のようなモデル着目すると，意思決定者の要望を満たすようなコストにて需要を全て被覆するような結果を算出することも可能である．これは，本稿にて提案した TL-LSCP モデルのより進んだ活用方法であるということができる．

このようにより現実的な問題に対応するためには，扱うデータの取り扱いや効果範囲の距離計算などを現実的なものにしなくてはならない．また，本稿で提案した手法である TL-LSCP の決定変数はラベルが設備候補点，移動設備，時刻の三つ存在している．これが意味することとして，定式化し大規模な問題例を解く場合に，決定変数・制約式ともに急激な増加を引き起こすことがあげられる．Church・Gerrard によって LSCP の削減アプローチが MCLP や ML-LSCP [22] に適用されており，このアプローチを TL-LSCP にも適用することでより大規模な問題を解くことができると考える．また，実験環境としてのリソースは限りがあるため，大規模な問題例でも現実的な実行時間にて解を算出するためには，より少ない情報量にて定式化を行わなくてはならない．本稿では設備候補点と移動設備を区別して定式化を行ったが，この点に関しては改善の余地が見込まれるものであると考える．そのため，設備候補点と移動設備を区別しない Timed Location Set-Covering Problem（T-LSCP）の考案が必要であると考える．本稿はその T-LSCP のモデルの妥当性を示す一研究となると期待する．

参考文献

[1] 国土交通省, 富士キメラ総研"*IMPACS-A Bus Crew Scheduling System Using Integer Programing*", Mathematical Programming, 42, pp.181–187, 1988.

[2] 国土交通省, "*IMPACS-A Bus Crew Scheduling System Using Integer Programing*", Mathematical Programming, 42, pp.181–187, 1988.

[3] C. Toregas, et al., "*The Location of Emergency Service Facilities*", Operations Research, vol. 19, no. 6, pp.1363–1373, 1971.

[4] C. Toregas, C. ReVelle, "*Binary Logic Solutions to a Class of Location Problem*", Geographical Analysis - GEOGR ANAL, vol. 5, pp.145–155, 1973.

[5] R. Church, C. ReVelle, "*The maximal covering location problem*", Papers of the Regional Science Association, pp.101–118, 1974.

[6] X. Feng, A.T. Murray, "*Spatial Analytics for Enhancing Street Light Coverage of Public Spaces*", LEUKOS: The Journal of the Illuminating Engineering Society of North America, vol.14, no.1, pp.13–23, 2018.

[7] A.T. Murray, R. Wei, "*A computational approach for eliminating error in the solution of the location set covering problem*", European Journal of Operational Research, vol. 224, no. 1, pp.52–64, 2013.

[8] M.S. Daskin, K. Hogan, C. ReVelle, "*Integration of Multiple, Excess, Backup, and Expected Covering Models.*", Environment and Planning B: Planning and Design 15, no. 1, pp.15–35, 1988.

[9] M.S. Daskin, "*A Maximum Expected Covering Location Model: Formulation, Properties and Heuristic Solution*", Transportation Science, vol. 17, pp.48–70, 1983.

[10] J. O'Rourke, "*Art Gallery Theorems and Algorithms*", Oxford univ. press, 1987

[11] http://miplib2010.zib.de/miplib2003/index.php

[12] T. Achterberg, "*Constraint intger programming*", PhD Thesis, Technische Universitất Berlin, 2007.

[13] E. Balas, S. Ceriab, G. Cornuejols, N. Natrajc, "*Gomory cuts revisited*", Operations Research Letters, 19, Issue 1, pp.1–9, 1996

[14] http://www-06.ibm.com/software/jp/websphere/ilog/optimization/core-productstechnologies/cplex/

[15] L.G. Underhill, "*Optimal and suboptimal reserve selection algorithms*", Biological Conservation, 70, pp.85–87, 1994

[16] R. Batta, N.R. Mannu "*Covering-LocationModels for Emergency Situationsthat Require Multiple Response Units*", Management Science, 36, pp.16–23, 1990

[17] R.V. Slyke "*Redundant Set Covering in Telecommunications Networks*", In Proceedings IEEE Large Scale Systems Symposium, Virginia Beach, Va., October 11-13, pp.217–22, 1982

[18] R.V. Slyke, L. Xiaoming "*Primal-Dual Heuristics for Multiple Set Covering*", Congressus Numerantiurn 41, pp.63–73, 1984

[19] R. Church, C. ReVelle, "*The maximal covering location problem*", Papers of the Regional Science Association, pp.101–118, 1974

[20] https://pypi.org/project/PuLP/

[21] https://mapple.com/products/data-roadnw/

[22] R.L. Church, R.A. Gerrard, "*The Multi-Level Location Set Covering Model*", Geographical Analysis - GEOGR ANAL, vol. 35, pp.227–289, 2003

[23] I.M ´ endez-D ´ ıaz, P. Zabala, "*A cutting plane algorithm for graph coloring*", Discrete Applied Mathematics, 156, 159–179, 2008

[24] S. Boyd, L. Vandenberghe, "*Localization and Cutting-plane Methods*", http://see.stanford.edu,05-localization methods notes.pdf, 2003

[25] S.J. Chaplin, R.A. Gerrard, H.M. Watson, L.L. Master, S.R. Flack "*The Geograph of Imperilment: Targeting Conservation Towards Critical Biodiversity Areas*", In Precious Heritage:Status of Biodiversit in the United States, edited by B.A. Stein, L.S. Kutner, and J.S. Adams. New York: Oxford University Pless.

[26] E. Boros, P.L. Hammer, T. Ibaraki, A. Kogan, "*Logical Analysis of Numerical Data*", Mathematical Programming, 79, pp.163–190, 1997

[27] F.J. Vast, G.R. Wilson, "*Using a Facility Location Algorithm to Solve Large Set Covering Problems*", Operations Research Letters, 3, pp.85–90, 1984